Desafio da Igualdade Matemática utilizando as quatro Operações básicas

O objetivo principal deste desafio é desenvolver habilidades com cálculos mentais e raciocínio lógico envolvendo as quatro operações básicas (adição, subtração, multiplicação e divisão) a partir da utilização de números inteiros[1] para construir sentenças matemáticas cujos cálculos entre seus elementos resultem em relações de igualdades.

Público-alvo: quaisquer pessoas com prévios conhecimentos das quatro operações básicas da aritmética[2] (recomendado para estudantes do ensino fundamental a partir do 5º ano).

O cálculo mental e o raciocínio lógico estão presentes desde a composição da estrutura do desafio, uma vez que é necessário operar aritmeticamente quatro elementos (a, b, c, d)[3], dados ou escolhidos entre os número de 0 a 9 (zero a nove) com valores positivos ou negativos, utilizando os sinais das quatro operações (+-x÷) para construir sentenças matemáticas fechadas e verdadeiras[4] cujos resultados das operações configurem uma “relação de igualdade”[5].

Para se chegar às estruturas básicas, utiliza-se uma sentença matemática com o símbolo “=” representando uma igualdade matemática[6] de sorte que numa sentença do tipo "*x* = *y*" significa que *x* e *y* são iguais e onde os membros (x) e (y) podem ser substituídos pelos elementos (a, b, c, d), conforme a figura abaixo:

Figura 1
Membros da sentença para uma relação de igualdade entre quatro elementos

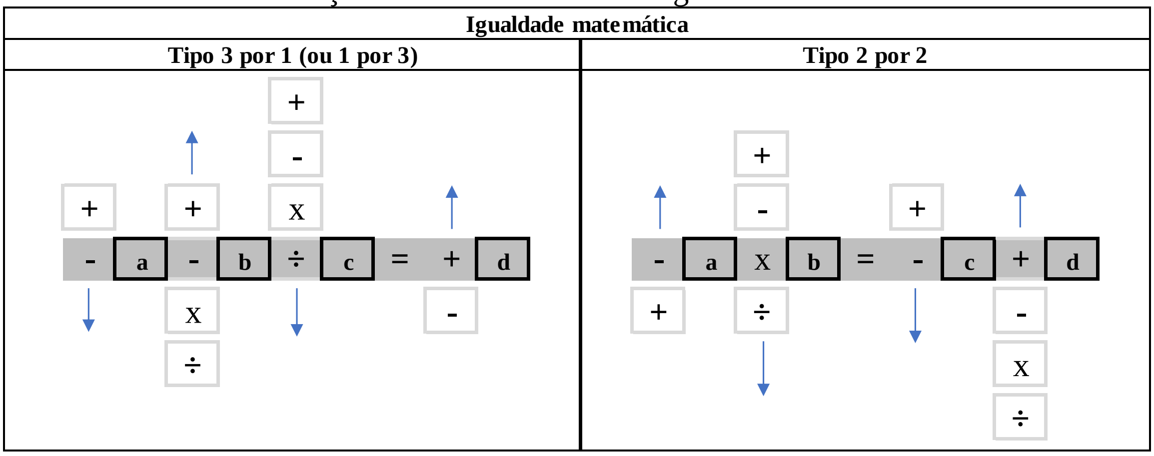
x = y					
Tipo 3 por 1 (ou 1 por 3)			**Tipo 2 por 2**		
1º membro **(x)**	**igualdade**	2º membro **(y)**	1º membro **(x)**	**igualdade**	2º membro **(y)**
a **b** **c**	**=**	**d**	**a** **b**	**=**	**c** **d**

Fonte: Lara (2011: 82) *apud* Horn (2013: 14) – Adaptado.

[1] Os números inteiros são constituídos dos números naturais {0, 1, 2, ...} e de seus opostos {0, - 1,- 2, ...}.
[2] Ramo da matemática que trata dos números e das operações possíveis entre eles.
[3] Em geral, indicamos os elementos por letras minúsculas: a, b, c,… x, y. (GIOVANNI; CASTRUCCI & GIOVANNI Jr. 1992: 12).
[4] Sentença é um conjunto de palavras que exprime um sentido completo. Quando uma sentença envolve números, ela é chamada de sentença matemática e pode ser aberta ou fechada. São abertas aquelas que apresentam elementos desconhecidos chamados variáveis ou incógnitas. Sentenças fechadas são aquelas que não possuem variáveis ou incógnitas. Ex.: 12 – 8 = 4 é uma sentença fechada e verdadeira (BIANCHINI, 1991: 68/69 *passin*).
[5] A relação x = y é uma relação de igualdade (lê-se: **x** igual a **y**), porque estabelece uma correspondência entre dois grupos. (GIOVANNI; CASTRUCCI & GIOVANNI Jr. 1992: 8).
[6] Numa igualdade há duas expressões: uma à esquerda e outra à direita do sinal de igualdade. A expressão à esquerda do sinal de igualdade (=) constitui o primeiro membro. A expressão à direta do sinal de igualdade (=) constitui o segundo membro (BIANCHINI, 1991: 72).

As igualdades que atendem ao desafio são obtidas por dois tipos de sentenças matemáticas compostas por quatro elementos (a, b, c, d), intermediados pelos quatro sinais das operações básicas (+-x÷), onde as expressões ou equivalências também podem ser antecedidas pelos sinais (+-) para identificar a valoração positiva ou negativa assumida pelos números, conforme figura abaixo:

Figura 2
Demonstração do fluxo de sinais nas igualdades matemáticas



A utilização dos dois tipos de igualdades é facultada ao participante do desafio (que pode optar por apenas uma) e visa ampliar um pouco mais o leque de opções para testar os conhecimentos sobre as quatro operações básicas, permitindo a construção de sentenças a partir das seguintes estruturas básicas iniciais:

Figura 3
Estruturas básicas para os tipos de igualdades matemáticas utilizadas no desafio

Igualdade matemática	
Tipo 3 por 1 (ou 1 por 3)	**Tipo 2 por 2**
(+-) a (+-x÷) b (+-x÷) c = (+-) d	(+-) a (+-x÷) b = (+-) c (+-x÷) d

Na primeira sentença de igualdade (tipo 3 por 1) há uma expressão numérica envolvendo três elementos que se iguala ao quarto elemento, o qual constitui o segundo membro da sentença. Na segunda igualdade matemática do desafio proposto (tipo 2 por 2) há duas expressões numéricas[7]: uma à esquerda e outra à direita do sinal de igualdade. A expressão à esquerda do sinal de igualdade (=) constitui o primeiro membro. A expressão à direta do sinal de igualdade (=) constitui o segundo membro.

[7] Expressão numérica é uma sequência de operações matemáticas. Por exemplo, a expressão 8 – 5 + 6 é uma expressão numérica, pois nela aparecem uma subtração e uma adição. 8 x 9 ÷ 6 é uma expressão que contém uma multiplicação e uma divisão.

Como se sabe, as multiplicações e divisões realizam-se primeiro que as somas e as subtrações e colocam-se entre parêntesis "(...)" para sabermos que têm prioridade sobre as operações de somar e subtrair. No caso deste desafio, pode-se estabelecer a preferência por qualquer uma das operações (adição, subtração, multiplicação ou divisão) quando as igualdades matemáticas forem do tipo 3 por 1, indicando-se a priorização pelo uso dos sinais de associação "(...)" ou "[...]", conforme se visualiza na figura abaixo.

Figura 4
Igualdade matemática com preferência de operações

Igualdade matemática
Tipo 3 por 1 (ou 1 por 3)
(+-) $\boxed{\mathbf{a}}$ (+-x÷) $\left[\boxed{\mathbf{b}}\ (+-x÷)\ \boxed{\mathbf{c}}\right]$ = (+-) $\boxed{\mathbf{d}}$

O uso da preferência por efetuar as operações entre **b** e **c**, ao invés de entre **a** e **b**, não invalida a outra opção, mas aumenta o número de operações que resultam em igualdades matemáticas do tipo 3 por 1.

Diferente do que ocorre em muitos jogos e desafios matemáticos que envolvem as quatro operações, neste não se fixa previamente nenhum dado para a construção das sentenças matemáticas, sendo disponibilizado ao participante apenas os seguintes conjuntos universos de números e sinais a serem trabalhados:

a) conjunto dos números de 0 a 9: (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9), positivos ou negativos;

b) subconjunto a ser trabalhado por vez: 4 (quatro) algarismos[8] quaisquer retirados do universo dos números acima (a, b, c, d); ex. 2, 3, 4 e 5.

c) sinais das quatro operações básicas da aritmética (+-x÷).

Dadas as estruturas básicas para as relações de igualdades, o que se espera do participante é que construa sozinho o máximo de "sentenças matemáticas fechadas e verdadeiras", com "quatro elementos", cujas operações entre eles resultem em "relações de igualdades". Para o exemplo dado, tem-se: 2 x 4 – 5 = 3, onde as operações utilizando três dos elementos se igualam ao quarto, ou 2 x 4 = 5 + 3, onde as expressões de ambos os lados se igualam, sem que sejam utilizados elementos estranhos ao subconjunto dado ou escolhido (2, 3, 4, 5).

As regras são as seguintes:

[8] Os números atualmente são escritos a partir dos símbolos indo-arábicos 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 e 9, denominados algarismos em homenagem ao matemático árabe Al-Kwarismi. (GIOVANNI; CASTRUCCI & GIOVANNI Jr. 1992: 7).

1) Os 4 (quatro) números, dados ou escolhidos no conjunto universo, tomados um a um ou em conjunto (a, b, c, d) não podem se repetir dentro da mesma sentença de igualdade. No entanto, podem estar dispostos em qualquer ordem e assumir valores positivos ou negativos, conforme a igualdade buscada. Ex. – 2 + 3 + 4 = 5.
2) Os sinais das quatro operações básicas (+-x÷) podem ser alternados ou mesmo repetidos livremente, permitindo que os mesmos números configurem diversas igualdades matemáticas a partir do uso dos quatro sinais. Ex.: – 5 – 2 = – 4 – 3.
3) Em regra, os cálculos devem ser efetuados na ordem em que se apresentam e sem a preferência de operações, exceto quando se prefira utilizá-la, explicitando-se a operação a ser priorizada por meio do uso de parêntesis "(...)" ou colchetes “[...]”, independentemente de tratar-se de adição, subtração, multiplicação ou divisão. Ex.: 4 ÷ (5 – 3) = 2.
4) Os resultados para ambos os lados da igualdade matemática devem ser encontrados tão somente por meio de operações ou equivalências entre os quatro números dados ou escolhidos para compor a sentença (neste caso: 2, 3, 4, 5).

Os procedimentos operacionais podem ser observados na sentença fechada e verdadeira: 4 ÷ 2 = 5 – 3, onde nenhum outro resultado a validaria se fosse obtido com outros números que não os do subconjunto dado ou escolhido, em qualquer ordem, positivos ou negativos. Ou seja, uma vez obtido 2 de um dos lados (4 ÷ 2), haveria de se buscar resultar 2 também do outro, utilizando-se os dois números restantes submetidos a um dos quatro sinais. Também seria possível construir a sentença: 4 ÷ 2 + 3 = 5, onde o segundo membro da sentença é um dos quatro números do desafio (no caso: 2, 3, 4, 5). Sendo falsa a sentença, não sendo possível a igualdade ou sendo utilizados outros números além dos quatro dados ou escolhidos, a sentença não atende ao desafio.

É importante frisar que os cálculos são efetuados na ordem em que se apresentam (sem a preferência de operações) não porque se esteja criando nova regra matemática, mas tão somente para facilitar o cumprimento do desafio pelo participante, uma vez que cabe a ele construir a sentença de igualdade partindo do zero, podendo optar por inserir os números um por vez, neste caso as operações a que serão submetido podem ainda não serem totalmente conhecidas. No entanto, a preferência entre as operações pode ser facilmente retomada se expressamente identificada por meio do uso de parêntesis ou colchetes. Ex. 3 + (4 ÷ 2) = 5.

Ainda a título de exemplo, com ênfase no subconjunto: 2, 3, 4 e 5, tem-se, na Figura 5 a seguir, a demonstração visual das escolhas e das posições dos números, bem como o fluxo livremente alternado ou repetido dos sinais das quatro operações básicas (+-x÷), cujos cálculos resultam em igualdades matemáticas.

Figura 5
Igualdades matemáticas para quatro números dados ou escolhidos

Igualdade matemática																	
Tipo 3 por 1 (ou 1 por 3)									Tipo 2 por 2								
	0														0		
	1				0							0			1		
	2		0		1							1			2		0
-	3	+	1	+	2	=	+	0	+	0	+	2	=	+	3	-	1
+	4	÷	2	-	3	=	-	1	+	1	-	3	=	-	4	÷	2
+	**5**	**+**	**3**	**÷**	**4**	**=**	**+**	**2**	**+**	**2**	**x**	**4**	**=**	**+**	**5**	**+**	**3**
-	6	+	4	+	5	=	+	3	-	3	+	5	=	+	6	-	4
+	7	-	5	-	6	=	-	4	-	4	+	6	=	+	7	-	5
-	8	+	6	+	7	=	+	5	-	5	+	7	=	+	8	-	6
-	9	+	7	+	8	=	+	6	-	6	+	8	=	+	9	-	7
			8		9			7		7		9					8
			9					8		8							9
								9		9							

Veja-se que na primeira sentença matemática fechada e verdadeira (em evidência), que foi construída do zero e aproveitando-se apenas a estrutura de igualdade, tem-se as operações de adição e divisão, nessa ordem e envolvendo os três números que compõem o primeiro membro da sentença (5 + 3) ÷ 4, totalizando 2, que, propositadamente, também é membro do subconjunto evidenciado (2, 3, 4, 5) e ainda não havia sido utilizado nos cálculos. Dada apenas a estrutura de igualdade, coube ao participante escolher quais os números e em qual ordem e quais os sinais e sua disposição, bem como o total tido como resultado e que torna a sentença verdadeira.

Na segunda sentença de igualdade em evidência tem-se, de um lado, a expressão 2 x 4 totalizando 8 e, do outro, a expressão 5 + 3 que também totaliza 8, configurando a igualdade por meio do mesmo resultado para ambos os lados (neste caso 8). Para o primeiro membro da sentença utilizou-se a operação de multiplicação e para o segundo a de adição. Novamente, nada foi previamente dado além dos conjuntos universos para os números e os sinais, nem mesmo o resultado dos cálculos teve origem externa, pois foi obtido pela operação entre os quatro elementos originais da sentença evidenciada (2, 3, 4, 5), manuseados conforme o conhecimento prévio do participante sobre as quatro operações básicas.

Utilizando-se o mesmo raciocínio e os números já mencionados, pode-se construir também os exemplos do Quadro 1:

Quadro 1
Exemplos de estruturas para as sentenças matemáticas que resultam em igualdades

Igualdades matemáticas		
Estruturas	**Tipos**	
	3 por 1 (ou 1 por 3)	**2 por 2**
Estruturas simples	**a** (+-x÷) **b** (+-x÷) **c** = **d**	**a** (+-x÷) **b** = **c** (+-x÷) **d**
	3 + 4 – 2 = 5	4 ÷ 2 = 5 – 3
	4 x 2 – 5 = 3	3 – 2 = 5 – 4
	4 ÷ 2 + 3 = 5	2 x 4 = 5 + 3
Estruturas iniciadas com expressões ou equivalências negativas	(+-) **a** (+-x÷) **b** (+-x÷) **c** = (+-) **d**	(+-) **a** (+-x÷) **b** = (+-) **c** (+-x÷) **d**
	– 2 + 4 + 3 = 5	– 5 – 3 = – 2 x 4
	– 4 ÷ 2 – 3 = – 5	2 – 3 = – 5 + 4
	– 2 x 4 + 5 = – 3	– 5 – 2 = – 4 – 3
Estruturas com preferência de operações, identificadas por “(...)” ou “[...]”	(+-) **a** (+-x÷) [**b** (+-x÷) **c]** = (+-) **d**	
	3 + (4 ÷ 2) = 5	
	– 4 + (2 + 5) = 3	
	– 5 + (3 – 2) = – 4	

Obs.: A separação é meramente ilustrativa e apenas evidencia a utilização ou não de números negativos, bem como a preferência de operações identificada por sinais de associação, podendo estar presentes em única estrutura.

Note-se que os números não foram repetidos dentro da mesma igualdade matemática buscada. Nos cálculos da primeira sentença do Quadro 1 (3 + 4 – 2 = 5), os números 2, 3, 4, 5, são utilizados uma única vez. Na próxima sentença (4 x 2 – 5 = 3), os mesmos números são utilizados, mas todos – novamente – uma única vez, embora utilizados em diferentes posições ou ordens e os resultados para ambos os lados foram encontradas por meio de operações ou equivalência entre eles. A primeira sentença de igualdade do tipo 2 por 2 (4 ÷ 2 = 5 – 3) também segue a mesma regra.

Quanto aos sinais das quatro operações básicas percebe-se que foram livremente alternados, sendo observada, inclusive, a repetição de sinais em algumas das igualdades matemáticas apresentadas (Ex. – 5 – 2 = – 4 – 3).

O participante do desafio pode prosseguir utilizando o mesmo subconjunto de números até esgotar as sentenças que o seu conhecimento prévio das quatro operações permitir ou optar por utilizar um novo subconjunto de quatro números dados ou escolhidos entre 0 e 9 (positivos ou negativos) para obter as igualdades seguintes, por exemplo: 5, 6, 7 e 8; para obter as igualdades: (5 – 6 + 8 = 7 ou 5 + 8 = 6 + 7). Com um terceiro subconjunto: 0, 1, 2 e 3, pode-se obter as seguintes igualdades: (0 + 1 + 2 = 3 ou 3 – 1 = 2 + 0) e assim por diante.

Devem ser construídas novas igualdades matemáticas válidas a cada rodada, sob pena de se perder o jogo ou desafio ou de se ter que passar a vez a outro participante. Cabe ao participante, dentro do universo que lhe é apresentado, avaliar qual o número quer utilizar e em qual ordem e escolher qual o sinal e onde posicioná-lo, bem como determinar o valor que afirma que a igualdade é verdadeira. Utilizando esse raciocínio, deve construir o máximo de sentenças que configurem igualdades matemáticas, podendo optar por um ou outro tipo, ou pelos dois (com estruturação simples, iniciadas por números negativos ou com a preferência de operações, identificadas pelo uso de parêntesis ou colchetes).

Para dar um aspecto de maior competividade ao desafio, pode-se escolher os 4 (quatro) números por meio de sorteio, roleta ou pequenos papeis enrolados onde constem os números de 0 a 9 (zero a nove) ou os subconjuntos já com os quatro números, informando que podem assumir valores positivos ou negativos.

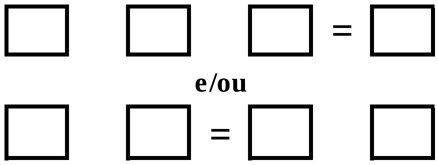
A forma de pontuação pode ser preestabelecida pelos participantes do desafio, sendo sugerido que a cada igualdade matemática válida seja obtido 1 (um) ponto. No entanto, para valorizar o esforço, pode-se acrescer mais 1 (um) ponto pela dificuldade de operações básicas imposta pelos 4 (quatro) números dados ou escolhidos, especialmente quando se utilizam os números mais altos ou os extremos. O objetivo não é apenas construir uma sentença que resulte em igualdade, mas todas as igualdades que o participante possa construir, a depender de seus conhecimentos prévios sobre as quatro operações, podendo-se, inclusive, preestabelecer uma quantidade mínima de respostas que atendam ao desafio.

Quando aplicado o desafio a apenas dois participantes, pode-se chegar ao ganhador quando um deles desistir ou não conseguir mais construir igualdades matemáticas com os números de que dispõe.

Caso se opte por selecionar os 4 (quatro) algarismos por meio de sorteio ou de outras formas de escolha, ou ainda que se opte por aplicar o desafio utilizando um dos subconjuntos de algarismos previamente estabelecido entre os números possíveis, pode-se utilizar o formulário sugerido e apresentado a seguir que foi desenvolvido para facilitar o manuseio dos sinais e o preenchimento dos números que vão compor as igualdades matemáticas.

É bom lembrar que o desafio não necessita, necessariamente, da utilização de formulários ou procedimentos específicos, podendo sua estrutura principal ser reproduzida em recortes de papel, ser rascunhada à lápis no caderno ou rabiscado a giz no chão ou no quadro negro, bem como desenhado em qualquer superfície, onde quer que seja possível efetuar as operações básicas em busca de igualdades matemáticas, bastando configurar a estrutura básica contida na figura abaixo, para que se possa “brincar de estabelecer relações de igualdade”.

Figura 6
Estruturas básicas para a obtenção de igualdades desenhadas em uma superfície qualquer



O formulário sugerido envolve as quatro operações básicas e traz impressas as principais informações sobre o desafio, principalmente as regras e as estruturas básicas que devem ser utilizadas e apresenta, na parte de cima, a estruturação com os quatro algarismos (a, b, c, d) intermediados pelos quatro sinais (+-x÷), seguida de exemplo de preenchimento. Em seguida vêm os grupos 1, 2 e 3 que apresentam as estruturas básicas para a construção das sentenças [estruturas simples, estruturas com números negativos “(-)” e estruturas com preferência de operações “(...)”], as quais devem ser utilizadas como referências ou preenchidas de forma a estruturar as sentenças que atenderão ao desafio (sugere-se o preenchimento à lápis, visto que poderão ser utilizadas as mesmas estruturas várias vezes).

As sentenças obtidas devem ser transportadas para a parte de baixo do formulário, que funciona como um repositório, servindo para “contar” as igualdades alcançadas, evitando-se as repetições e “esvaziando” as estruturas de referência para que se obtenham novas sentenças com aquela estruturação ou com as outras. Para isso, pode-se repetir quantas vezes forem necessários os campos destinados a receber as “Outras Operações Possíveis” com as estruturações de referência dadas pelos grupos 1, 2 e 3, podendo ser adicionados o sinal negativo, parêntesis e outros recursos matemáticos, quando necessários.

A figura apresentada a seguir, permite visualizar o *design* do formulário proposto para o desafio, com suas regras, exemplos, observações e procedimentos.

DESAFIO DA IGUALDADE MATEMÁTICA UTILIZANDO AS QUATRO OPERAÇÕES BÁSICAS

Objetivo: desenvolver habilidades com cálculos mentais e raciocínio lógico envolvendo as quatro operações básicas (adição, subtração, multiplicação e divisão) a partir da utilização de números inteiros para construir sentenças matemáticas cujos cálculos entre seus elementos resultem em relações de igualdades.

Estrutura básica para as "relações de igualdades"

(+-)	a	(+-x÷)	b	(+-x÷)	c	= (+-)	d
(+)	4	(x)	2	(-)	3	= (+)	5

Conjuntos universos dos números e sinais a serem trabalhados:

a) conjunto dos números de 0 a 9: (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9), positivos ou negativos;

b) subconjunto a ser trabalhado por vez: 4 (quatro) algarismos quaisquer retirados do universo dos números acima (a, b, c, d). Ex.: 2, 3, 4 e 5.

c) sinais das quatro operações básicas da aritmética (+-x÷).

Dadas as estruturas básicas para as relações de igualdades (ao lado), o que se espera do participante é que construa sozinho o máximo de "sentenças matemáticas fechadas e verdadeiras" com "quatro elementos" cujas operações entre eles resultem em igualdades. Para o exemplo dado, tem-se: 4 x 2 - 3 = 5, onde três dos elementos se igualam ao quarto ou 4 x 2 = 5 + 3, onde as expressões de ambos os lados se igualam.

Regras:

1) os 4 (quatro) números, dados ou escolhidos no conjunto universo, tomados um a um ou em conjunto (a, b, c, d) não podem se repetir dentro da mesma sentença de igualdade. No entanto, podem estar dispostos em qualquer ordem e assumir valores positivos ou negativos, conforme a igualdade buscada. Ex.: --2 + 3 + 4 = 5.

2) os sinais das quatro operações básicas (+-x÷) podem ser alternados ou mesmo repetidos livremente, permitindo que os mesmos números configurem diferentes igualdades matemáticas a partir do uso dos quatro sinais. Ex.: -- 5 - 2 = -- 4 - 3.

3) Em regra, os cálculos devem ser efetuados na ordem em que se apresentam e sem a preferência de operações em função dos sinais, exceto quando se prefira utilizá-la, explicitando-se a operação a ser priorizada por meio de "(...)" ou "[...]", independente de tratar-se de adição, subtração, multiplicação ou divisão. Ex.: 4 ÷ (5 - 3) = 2.

4) os resultados para ambos os lados da igualdade matemática devem ser encontrados tão somente por meio de operações ou equivalências entre os quatro números dados ou escolhidos para compor a sentença (neste caso: 2, 3, 4, 5).

Procedimentos operacionais:

Para a sentença fechada e verdadeira 4 ÷ 2 = 5 - 3, nenhum outro resultado a validaria se fosse obtido com outros números que não os do subconjunto dado ou escolhido, em qualquer ordem, positivos ou negativos. Ou seja, uma vez obtido 2 de um dos lados (4 ÷ 2), haveria de se buscar resultar 2 do outro, utilizando-se os dois números restantes submetidos a operações com os sinais. Também seria possível construir a sentença 4 ÷ 2 + 3 = 5, onde o segundo membro da sentença é um dos quatro números do desafio. Sendo falsa a sentença, não sendo possível a igualdade ou sendo utilizados outros números, a sentença não atende ao desafio.

GRUPO 1 - Estruturas simples ou com números negativos (3 por 1)

Reproduzir as igualdades com essas estruturas no Desafio

						=	
(-)	2	+	4	+	3	=	5
	3	-	5	x	2	= (-)	4
(-)						= (-)	

Exs.: 3 + 4 - 2 = 5 e -5 - 3 ÷ 4 = -2

Observe a opção de iniciar por números negativos com "(-)"

GRUPO 2 - Estruturas simples ou com números negativos (2 por 2)

Reproduzir as igualdades com essas estruturas no Desafio

				=			
(-)	5	+	3	=	2	-	4
	2	-	3	= (-)	5	+	4
(-)				= (-)			

Ex.: 4 ÷ 2 = 5 - 3 e -5 - 2 = - 4 - 3

Observe a opção de iniciar por números negativos com "(-)"

GRUPO 3 - Estruturas com preferências ou números negativos

Reproduzir as igualdades com essas estruturas no Desafio

			(			) =	
(-)	4	+	(2	+	5	) =	3
	5	-	(3	+	4	) = (-)	2
(-)			(			) = (-)	

Exs.: 3 + (4 ÷ 2) = 5 e -5 + (3 - 2) = -4

Observe a preferência por "(...)" e os números negativos com "(-)"

DESAFIO

Números dados ou escolhidos: __2__ , __3__ , __4__ e __5__ (em qualquer ordem, positivos ou negativos)

TRANSCREVA AS IGUALDADES CONSTRUÍDAS A PARTIR DAS ESTRUTURAS DE REFERÊNCIA ACIMA P/ OS NÚMEROS PROPOSTOS

OUTRAS OPERAÇÕES POSSÍVEIS COM O GRUPO 1

(Pode-se repetir quantas vezes for necessário)

						=	
(-)	2	+	4	+	3	=	5
	3	-	5	x	2	= (-)	4
						=	
						=	
						=	
						=	
						=	
						=	
(-)						= (-)	
						=	
						=	

Construa o máximo de igualdades a partir das estruturas básicas (Grupos 1, 2 e 3). Adicione o sinal negativo ou parêntesis, bem como outros recursos matemáticos, quando necessários.

OUTRAS OPERAÇÕES POSSÍVEIS COM OS GRUPOS 2 e 3

(Pode-se repetir quantas vezes for necessário)

					=			
(-)	5	+	3		=	2	-	4
	2	-	3		= (-)	5	+	4
					=			
(-)					= (-)			
					=			
					=			
(-)	4	+	(2	+	5	) =		3
	5	-	(3	+	4	) = (-)		2
			(			) =		
			(			) =		
(-)			(			) = (-)		

Público-alvo: Qualquer pessoa com prévio conhecimento das quatro operações (recomendado para estudantes do ensino fundamental a partir do 5º ano)

Obervações

- A soma de zero a qualquer número, terá como resultado o próprio número (elemento neutro).
- A subtração não admite as propriedades comutativa e associativa, o que possibilita uma grande quantidade de operações matemáticas.
- O produto de qualquer número por zero é igual a zero. Qualquer número multiplicado por 1 é igual a ele mesmo (elemento neutro).
- Não se pode dividir por zero (é indefinido). Zero dividido por outro número qualquer é zero.

Facilitando ou dificultando o desafio

Cabe ressaltar que nem todas as possibilidades de subconjuntos tomadas quatro a quatro dentre os números 0 a 9, positivos ou negativos, permitem facilmente a construção de sentenças que resultam em igualdades matemáticas.

As igualdades se tornam mais difíceis quando se tentam operações básicas com a predominância dos números impares, primos[9], indivisíveis entre si ou extremos, o que dificulta bastante o desafio quando a escolha dos quatro números está sujeita à aleatoriedade (exs.: 7, 8, 9, 0 ou 9, 0, 1, 2). Além disso, quando os subconjuntos escolhidos possuem em suas composições a presença do 0 (zero) existem algumas restrições operacionais, especialmente quanto à multiplicação (o produto de qualquer número por zero é igual a zero) e à divisão (não se pode dividir por zero[10] e zero dividido por outro número qualquer é zero).

No entanto, tais dificuldades podem ser amenizadas com a utilização de algumas operações matemáticas relacionadas com a multiplicação e a divisão, tais como a potenciação[11], a radiciação[12] e o fatorial[13], cujas propriedades, quando aplicadas a um ou mais dos elementos da sentença, permitem alcançar as igualdades matemáticas buscadas sem que se alterem os números propostos (outras operações, como o termial[14] também podem ser utilizadas).

Não é necessário ser grande conhecedor de potenciação, radiciação ou fatorial para que se possa utilizá-los como facilitadores do desafio, podendo-se recorrer a um ou a outro, conforme os conhecimentos prévios do participante. Para a maioria das igualdades buscadas com tais recursos matemáticos é suficiente recorrer às noções básicas aqui apresentadas.

Além da utilização da raiz quadrada, da raiz cúbica e do uso de expoentes, uma das propriedades da potenciação que ameniza algumas das dificuldades elencadas é a que afirma que "*todo o número natural, diferente de zero, elevado a zero é igual a 1 (um)*" ou seja: (n^0 =

[9] O número 1 tem apenas um divisor e o único número natural par que é primo é o número 2. Assim, pela definição, os números 2, 3, 5, 7, 11... são números primos, visto que possuem apenas dois divisores naturais (o número 1 e ele mesmo) [GIOVANNI; CASTRUCCI & GIOVANNI Jr. 1992: 98/99].

[10] Não existe a divisão por zero. Por exemplo: não podemos dividir 5 por 0, pois não existe nenhum número que multiplicado por 0 resulte 5 (BIANCHINI, 1991: 30).

[11] Potenciação é uma multiplicação de fatores iguais (BIANCHINI, 1991: 31). As expressões 5^2 e 4^3 são chamadas potências.

[12] A radiciação é a operação inversa à potenciação, consiste na extração da raiz quadrada, raiz cúbica, etc.

[13] Na matemática, o fatorial de um número natural n, representado por n! (lê-se "n fatorial"), é o produto de todos os inteiros positivos menores ou iguais a n. Consiste em multiplicar o número por todos os seus antecessores até o número 1. Ex. **4!** = 4x3x2x1 = 24; **3!** = 3x2x1 = 6; e **2!** = 2x1 = 2.

[14] Termial (n?), representa a soma dos números inteiros positivos menores ou iguais a n. Ex.: **4?** = 4+3+2+1= 10.

1)[15]. Também importante é a definição fatorial de que *"0! (zero fatorial) é igual a 1 (um)"*[16], pois essas duas regras matemáticas ($n^0 = 1$ e $0! = 1$) permitem reduzir o valor de qualquer número a 1 (um) ou substituir o zero por 1 (um), facilitando a construção de sentenças como as exemplificadas abaixo para os subconjuntos (7, 8, 9, 0) e (9, 0, 1, 2), respectivamente:

$7^{\mathbf{0}} + 8 = 9 – 0$ (onde $7^0 = 1$, e aparecem a potenciação, a adição e a subtração)
$\sqrt{9} – 0! = 1 \text{ x } 2$ (onde $\sqrt{9} = 3$ e $0! = 1$, e aparecem radiciação, subtração, fatorial e multiplicação)

Outros exemplos de igualdades alcançadas por meio de operações que utilizam as propriedades da potenciação, da radiciação e do fatorial, aplicados a um ou mais elementos da sentença, são os elencados no Quadro 2, a seguir.

Quadro 2
Exemplos de sentenças com a utilização da potenciação, da radiciação e do fatorial

Subconjunto	Sentença de igualdade	Detalhamento* **
1, 9, 8, 0	$1 – (\sqrt{9} - \sqrt[3]{8}) = 0$	onde $\sqrt{9} = 3$ e $\sqrt[3]{8} = 2$
2, 4, 5, 3	$2^3 \div 4 = 5 - 3$	onde $2^3 = 8$
3, 9, 4, 2	$3^3 \div 9 = 4 – 2^{\mathbf{0}}$	onde $3^3 = 27$ e $2^0 = 1$
8, 9, 7, 6	$\sqrt[3]{8} + \sqrt{9} + 7^{\mathbf{0}} = 6$	onde $\sqrt[3]{8} = 2$; $\sqrt{9} = 3$ e $7^{\mathbf{0}} = 1$
9, 3, 2, 7	$9 - 3! + 2^2 = 7$	onde $3! = 6$ e $2^2 = 4$

* Raiz cúbica é a raiz que supõe multiplicar um número três vezes por si mesmo: $2^3 = 2x2x2 = 8$, logo $\sqrt[3]{8} = 2$.
** n! ("n fatorial"), consiste em multiplicar um número por todos os antecessores até o 1, logo 3! = 3x2x1 = 6.

Conforme se visualiza no Quadro acima, na primeira sentença aparecem juntas a subtração e a radiciação e, na última, aparecem a subtração, o fatorial, a adição e a potenciação e, para tais casos, deve-se observar as regras matemáticas para se calcular o valor das expressões numéricas de forma que resultem em igualdades[17].

A demonstração visual das escolhas e das posições dos números, bem como o fluxo livremente alternado ou repetido dos sinais das quatro operações básicas (+-x÷), cujos cálculos resultam em igualdades matemáticas, quando se recorre à utilização da potenciação, da radiciação e do fatorial, pode ser observada a seguir.

---

[15] Ou seja: $n^0 = 1$ (com $n \neq 0$), mesmo quando negativo. Ex. $(-4)^0 = 1$. Quando a base for um número negativo o resultado da operação (potência) será positivo se o expoente for par, e negativo se o expoente for ímpar. Exs. $(-2)^2 = 4$ e $(-2)^3 = -8$ (BIANCHINI, 1991: 32).
[16] Por definição, *"zero fatorial é igual a um"* (0! = 1).
[17] Conforme Giovanni; Castrucci & Giovanni Jr. (1992: 81/83 *passin*), para calcular o valor de uma expressão numérica onde aparecem raiz quadrada, potenciação, divisão, multiplicação, adição e subtração devemos efetuar essas operações da seguinte forma: 1º) devemos efetuar as potenciações e raízes quadradas, obedecendo à ordem em que aparecem (da esquerda para a direita); 2º) a seguir, devemos efetuar as divisões e as multiplicações, na ordem em que aparecem (da esquerda para a direita); e 3º) finalmente, efetuamos as adições e as subtrações, na ordem em que aparecem (da esquerda para a direita). Se na expressão houver parênteses, colchetes, chaves etc., a simplificação deve começar pelas expressões contidas no interior de cada sinal de associação, a partir do mais interno, se um estiver dentro do outro.

Figura 7
Ilustração de sentenças com a utilização da potenciação, da radiciação e do fatorial

Igualdade matemática																	
Tipo 3 por 1 (ou 1 por 3)									Tipo 2 por 2								
	0													0			
	1				0							0			1		
	2		0		1							1			2		0
+	**3**	+	**1**	÷	**2^2**	=	+	**0!**	+	**0**	+	**2^3**	=	+	**3^2**	-	**1**
-	**4**	x	**2**	+	**3^2**	=	+	**1**	-	**1**	+	**3^2**	=	+	**4**	x	**2**
+	**5**	+	**3**	÷	**$\sqrt{4}$**	=	+	**2^2**	+	**2**	x	**$\sqrt{4}$**	=	+	**5**	-	**3^0**
-	**6**	+	**$\sqrt{4}$**	+	**5^0**	=	-	**3**	-	**3**	x	**5^0**	=	-	**6**	÷	**$\sqrt{4}$**
+	**7**	+	**5**	÷	**6**	=	+	**$\sqrt{4}$**	-	**4**	÷	**6^0**	=	+	**7^0**	-	**5**
+	$\sqrt[3]{8}$	x	6	-	7	=	+	5	+	5	+	7	=	+	$\sqrt[3]{8}$	x	6
-	$\sqrt{9}$	+	7	+	$\sqrt[3]{8}$	=	+	6	+	6	-	$\sqrt[3]{8}$	=	+	$\sqrt{9}$	+	7^0
			8		9			7		7		9					8
			9					8		8							9
								9		9							

Qualquer número ≠ zero elevado a zero é igual a um ($5^0 = 1$). Zero fatorial também é igual a um (0! = 1).

O desafio, principalmente quando se utiliza diferentes operações matemáticas, instiga o pensamento lógico e desenvolve a habilidade de calcular, sendo diferente em alguns pontos dos jogos matemáticos com os quais se assemelha. Não está restrito apenas aos números positivos, às possibilidades de um dado (1 a 6) ou mesmo 1 a 9, não exclui o zero ou restringe o número de participantes, como o faz a maioria dos jogos envolvendo as quatro operações básicas. Tampouco apresenta restrições quanto à faixa etária dos participantes, jovens e adultos, desde que tenham conhecimentos prévios das quatro operações, podem aprender ou revisar seus conhecimentos sobre as quatro operações básicas.

Além disso, não são ofertados resultados prévios ou restringidas a quantidade de respostas, a ordem dos números ou a posição dos sinais, cabendo ao participante manipular livremente os elementos da sentença e o valor da igualdade matemática que deseja configurar, desde que comprove sua veracidade.

Para utilizar o desafio de forma didática ou para iniciantes, sugere-se combinações que permitam montar subconjuntos com a predominância de sequencias ou com os números iniciais, e para dificultar pode-se impor a escolha de subconjuntos compostos por 4 (quatro) dos números mais altos ou pelos extremos (incluindo o zero). Conforme os conhecimentos matemáticos dos participantes, pode-se também recorrer à utilização de outros conjuntos numéricos ou à utilização de outros sinais ou propriedades matemáticas.

Perguntas Frequentes e Respostas

1) Porque utilizar os números de 0 a 9 (zero a nove), positivos ou negativos?

Muitos dos jogos ou desafios matemáticos utilizam apenas os números 1 a 6, ou mesmo 1 a 9, deixando de fora o zero em função da dificuldade que traz para algumas operações básicas, especialmente aquelas que envolvem a divisão, pois não se pode dividir por zero. No entanto, o número 0 (zero) é de suma importância para que se entendam algumas propriedades das quatro operações básicas, tais como do elemento neutro da adição e da regra de que o produto de qualquer número por zero resulta igual a zero. Os números maiores, tais como 7, 8 ou 9, também dificultam a obtenção de sentenças que resultem em igualdades matemáticas, mas são de fundamental importância quando trabalhados para fins de aprendizagem. Os números de 0 a 9, positivos ou negativos, abarcam possibilidades de cálculos que são ignoradas pela maioria dos jogos e desafios matemáticos envolvendo as quatro operações.

2) Porque escolher 4 (quatro) números e não outra quantidade qualquer dentre os números possíveis?

Porque menos que isso pode tornar a igualdade matemática fechada e verdadeira impossível (ex.: com apenas um algarismo, ou com dois que não se repitam). No caso de três algarismos, seria extremamente fácil e ficaria limitado ao tipo 2 por 1 (Ex.: 1 + 2 = 3; 4 – 3 = 1; etc.). Com cinco ou mais números os cálculos passam a ser mais complexos e enfadonhos. Com quatro algarismos já é possível dois tipos de igualdades matemáticas (tipo 3 por 1 e tipo 2 por 2) e são maiores as possibilidades de obtenção de igualdades matemáticas a partir do manuseio dos sinais.

3) Porque adotar sentenças matemáticas fechadas?

As sentenças matemáticas abertas[18] são bastante utilizadas para fins de operações e cálculos matemáticos por apresentarem elementos desconhecidos chamados de variáveis ou incógnitas e configurarem “equações” expressas por igualdades do tipo $x + 2 = 9 – 3$, onde x é

---

[18] Sentenças matemáticas abertas são aquelas que apresentam variáveis ou incógnitas e configuram uma “equação”, com um ou mais elementos a serem descobertos para que se alcance o resultado esperado. *“Equação é toda sentença matemática aberta expressa por uma igualdade”* (BIANCHINI, 1991: 69/73 *passin*).

a variável (ou incógnita) e $x + 2$ é o primeiro membro. Por outro lado, as sentenças matemáticas fechadas (que aqui se prioriza) são bem menos utilizadas, visto que todos os seus membros, e até mesmo os elementos que compõem seus membros são conhecidos. Para o mesmo exemplo acima, não teríamos um "*x*" e a sentença verdadeira seria: 4 + 2 = 9 – 3, onde, dentro do conjunto dos números disponíveis, o número 4 sabidamente complementaria a sentença, configurando uma igualdade com resultado 6 de cada lado (6 = 6).

4) Quais os jogos matemáticos foram utilizados como referência para este Desafio?

Os jogos ou desafios matemáticos que mais se aproximam ou que serviram de referência para a proposição deste desafio são:

- **Contig 60®**: Jogo de tabuleiro com três dados que utiliza 3 números obtidos entre 1 a 6 e as quatro operações básicas, para se chegar a *um resultado que já está previamente estabelecido*. Ex.: com os números 3, 6, e 2, como obter 1 utilizando duas operações distintas ou não? Respostas: 6 ÷ 3 ÷ 2 ou 6 – (3 + 2);
- **Numerator**: envolve expressões numéricas onde são encaixados os sinais das operações e não os números (*os elementos e o resultado já estão presentes na sentença*) Ex. 5 ? 3 ? 4 = 2;
- **Desafios de tabuleiros**: entrecruzam as quatro operações (cruzadas das operações) que apresentam o mesmo tipo de estrutura deste desafio, porém *já trazem expressos os sinais a ser utilizados e o resultado a ser encontrado*, restando ser preenchidos os espaços com os números que atendem ao resultado esperado, onde a solução que permite concluir o jogo só admite que as operações tenham uma formatação específica. Ex.: várias operações do tipo: ? x ? – ? = 5.
- **Jogo das quatro operações** (Matific), onde são construídas expressões aritméticas em duas fases, na primeira fase, as operações aritméticas são dadas e o participante precisa preencher números a partir do banco (de 4 números dados). Na segunda fase, ele também deve selecionar as operações aritméticas (adição, subtração, multiplicação e divisão). O desafio é criar expressões aritméticas usando o banco de números, para um *resultado já anunciado*. Ex.: Dados 3, 4, 8, 9, selecione as operações, que vão compor a estrutura e insira os números, de modo a cria uma expressão que seja igual a 16. Respostas: 3 + 9 + 8 – 4 ou [3 + (9 – 8)] x 4.
- **Quatro quatros**: desafio cujo objetivo é montar, com apenas quatro algarismos quatro (4), todos os números de 1 a 100. Podendo utilizar, além das quatro operações básicas (adição, subtração, multiplicação e divisão), quaisquer sinais e operações matemáticas existentes, incluindo radiciação, potenciação, fatorial etc. Exs. **1** = 44 ÷ 44; **16** = 4 x 4 + 4 – 4; **28** = 4 x (4 + 4) – 4; ou **38** = (4! – 4) x $\sqrt{4}$ - $\sqrt{4}$.

5) O que tem esse desafio de diferente em relação aos demais jogos ou desafios matemáticos?

Na maioria dos outros jogos e desafios as sentenças geralmente são do tipo abertas (ou equações), pois dependem de uma ou mais variáveis ou incógnitas ou apresentam uma estrutura parcialmente preenchida (com algum dos números, com os sinais ou com o resultado esperado), cabendo ao participante “completar espaços ou lacunas”. Poucos são os casos em que o participante realmente é desafiado a construir as expressões ou sentenças, como nos casos do Jogo das quatro operações da Matific ou do Quatro quatros e, mesmo assim, para alcançar resultado único ou configuração pré-estabelecida, sem o conhecimento do participante. Neste desafio, dá-se os universos (dos números e dos sinais) tudo o mais é determinado pelo participante. Não são ofertados resultados prévios ou restringidas a quantidade de respostas, a ordem dos números ou a posição dos sinais, cabendo ao participante manipular livremente os elementos da sentença e o valor da igualdade matemática que deseja configurar, desde que se comprove a veracidade das sentenças.

BIBLIOGRAFIA

BIANCHINI, Edwaldo, *Matemática: 6ª série* – 3 ed. rev. e ampl. – São Paulo: Moderna, 1991.

GIOVANNI, José Ruy, CASTRUCCI, Benedito & GIOVANNI Jr. José Ruy. *A Conquista da Matemática: teoria e aplicação*. 5ª Série – Ed. Renovada – São Paulo: FTD, 1992.

___________ , *A Conquista da Matemática: teoria e aplicação*. 6ª Série – Ed. Renovada – São Paulo: FTD, 1992.

GRANDO, Célia Regina: *O conhecimento matemático e o uso de jogos na sala de aula*. (Tese de doutorado), Universidade Estadual de Campinas. Campinas, SP: 2000, 239 pgs.

HORN, Maria Teresinha. *Jogos Matemáticos: Uma prática possível*. In Os Desafios da Escola Pública Paranaense na perspectiva do Professor - Produções Didático-Pedagógicas. Cadernos PDE, Vol. II. UNIOEST: 2013.

NORONHA, Maria Eduarda & SOARES, Maria Luiza. *Construindo e aprendendo matemática. 3º ano. Ensino fundamental*. 3 ed. Ed. Construir: Recife, 2015.

DESAFIO DA IGUALDADE MATEMÁTICA UTILIZANDO AS QUATRO OPERAÇÕES BÁSICAS

Objetivo: desenvolver habilidades com cálculos mentais e raciocínio lógico envolvendo as quatro operações básicas (adição, subtração, multiplicação e divisão) a partir da utilização de números inteiros para construir sentenças matemáticas cujos cálculos entre seus elementos resultem em relações de igualdades.

Estrutura básica para as "relações de igualdades"

(+-) a (+-x÷) b (+-x÷) c = (+-) d

(+) 4 (x) 2 (-) 3 = (+) 5

Conjuntos universos dos números e sinais a serem trabalhados:

a) conjunto dos números de 0 a 9: (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9), positivos ou negativos;
b) subconjunto a ser trabalhado por vez: 4 (quatro) algarismos quaisquer retirados do universo dos números acima (a, b, c, d). Ex.: 2, 3, 4 e 5.
c) sinais das quatro operações básicas da aritmética (+-x÷).

Dadas as estruturas básicas para as relações de igualdades (ao lado), o que se espera do participante é que construa sozinho o máximo de "sentenças matemáticas fechadas e verdadeiras" com "quatro elementos" cujas operações entre eles resultem em igualdades. Para o exemplo dado, tem-se: 4 x 2 - 3 = 5, onde três dos elementos se igualam ao quarto ou 4 x 2 = 5 + 3, onde as expressões de ambos os lados se igualam.

Regras:

1) os 4 (quatro) números, dados ou escolhidos no conjunto universo, tomados um a um ou em conjunto (a, b, c, d) não podem se repetir dentro da mesma sentença de igualdade. No entanto, podem estar dispostos em qualquer ordem e assumir valores positivos ou negativos, conforme a igualdade buscada. Ex. --2 + 3 + 4 = 5.

2) os sinais das quatro operações básicas (+-x÷) podem ser alternados ou mesmo repetidos livremente, permitindo que os mesmos números configurem diferentes igualdades matemáticas a partir do uso dos quatro sinais. Ex.: -- 5 - 2 = -- 4 - 3.

3) Em regra, os cálculos devem ser efetuados na ordem em que se apresentam e sem a preferência de operações, exceto quando se prefira utilizá-la, explicitando-se a operação a ser priorizada por meio de "(...)" ou "[...]", independente de tratar-se de adição, subtração, multiplicação ou divisão. Ex.: 4 ÷ (5 - 3) = 2.

4) os resultados para ambos os lados da igualdade matemática devem ser encontrados tão somente por meio de operações ou equivalências entre os quatro números dados ou escolhidos para compor a sentença (neste caso: 2, 3, 4, 5).

Procedimentos operacionais:

Para a sentença fechada e verdadeira 4 ÷ 2 = 5 - 3, nenhum outro resultado a validaria se obtido com outros números que não os do subconjunto dado ou escolhido, em qualquer ordem, positivos ou negativos. Uma vez obtido 2 de um dos lados (4 ÷ 2), haveria de se buscar resultar 2 do outro, utilizando-se os números restantes submetidos a operações com os sinais. Também seria possível construir a sentença: 4 ÷ 2 + 3 = 5, onde o segundo membro é um dos quatro números. Sendo falsa a sentença, não sendo possível a igualdade ou sendo utilizados outros números, a sentença não atende ao desafio.

GRUPO 1 - Estruturas simples ou com números negativos (3 por 1)

Reproduzir as igualdades com essas estruturas no Desafio

☐ ☐ ☐ ☐ ☐ = ☐
(-) ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ = ☐
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ = (-) ☐
(-) ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ = (-) ☐

Exs.: 3 + 4 - 2 = 5 e -5 - 3 ÷ 4 = -2

Observe a opção de iniciar por números negativos com "(-)"

GRUPO 2 - Estruturas simples ou com números negativos (2 por 2)

Reproduzir as igualdades com essas estruturas no Desafio

☐ ☐ ☐ = ☐ ☐ ☐
(-) ☐ ☐ ☐ = ☐ ☐ ☐
☐ ☐ ☐ = (-) ☐ ☐ ☐
(-) ☐ ☐ ☐ = (-) ☐ ☐ ☐

Ex.: 4 ÷ 2 = 5 - 3 e -5 - 2 = - 4 - 3

Observe a opção de iniciar por números negativos com "(-)"

GRUPO 3 - Estruturas com preferências ou com números negativos

Reproduzir as igualdades com essas estruturas no Desafio

☐ ☐ (☐ ☐ ☐) = ☐
(-) ☐ ☐ (☐ ☐ ☐) = ☐
☐ ☐ (☐ ☐ ☐) = (-) ☐
(-) ☐ ☐ (☐ ☐ ☐) = (-) ☐

Exs.: 3 + (4 ÷ 2) = 5 e -5 + (3 - 2) = -4

Observe a preferência por "(...)" e os números negativos com "(-)"

DESAFIO

Números dados ou escolhidos: ____ , ____, _____ e _____ (em qualquer ordem, positivos ou negativos)

TRANSCREVA AS IGUALDADES CONSTRUÍDAS A PARTIR DAS ESTRUTURAS DE REFERÊNCIA ACIMA P/ OS NÚMEROS PROPOSTOS

OUTRAS OPERAÇÕES POSSÍVEIS COM O GRUPO 1

(Pode-se repetir quantas vezes for necessário)

☐ ☐ =
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ = ☐
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ = ☐
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ = ☐
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ = ☐
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ = ☐
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ = ☐
(-) ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ = ☐
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ = (-) ☐
(-) ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ = (-) ☐
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ = ☐
☐ ☐ =

Construa igualdades a partir das estruturas básicas (Grupos 1, 2 e 3). Adicione o sinal negativo ou parêntesis, bem como outros recursos matemáticos, quando necessários.

OUTRAS OPERAÇÕES POSSÍVEIS COM OS GRUPOS 2 e 3

(Pode-se repetir quantas vezes for necessário)

☐ = ☐
☐ ☐ ☐ = ☐ ☐ ☐
☐ ☐ ☐ = ☐ ☐ ☐
☐ ☐ ☐ = ☐ ☐ ☐
(-) ☐ ☐ ☐ = ☐ ☐ ☐
☐ ☐ ☐ = (-) ☐ ☐ ☐
(-) ☐ ☐ ☐ = (-) ☐ ☐ ☐
☐ ☐ (☐ ☐ ☐) = ☐
☐ ☐ (☐ ☐ ☐) = ☐
(-) ☐ ☐ (☐ ☐ ☐) = ☐
☐ ☐ (☐ ☐ ☐) = (-) ☐
(-) ☐ (☐) = (-)

Público-alvo: Qualquer pessoa com prévio conhecimento das quatro operações (recomendado para estudantes do ensino fundamental a partir do 5º ano)

Obervações	- A soma de zero a qualquer número, terá como resultado o próprio número (elemento neutro). - A subtração não admite as propriedades comutativa e associativa, o que possibilita uma grande quantidade de operações matemáticas. - O produto de qualquer número por zero é igual a zero. Qualquer número multiplicado por 1 é igual a ele mesmo (elemento neutro). - Não se pode dividir por zero (é indefinido). Zero divido por outro número qualquer é zero.