Literatura Infanto-juvenil

# JOÃOZINHO E O FANTÁSTICO DESAFIO MATEMÁTICO

Por

**Francisco Hélio de Sousa**

Brasília/DF

Jul/2018

# JOÃOZINHO E O FANTÁSTICO DESAFIO MATEMÁTICO

## Resumo

Joãozinho decide inovar ao apresentar como trabalho escolar um desafio matemático capaz de desenvolver habilidades com cálculos mentais e raciocínio lógico envolvendo as quatro operações básicas (adição, subtração, multiplicação e divisão) que proporciona diversão e aprendizado enquanto se brinca de "criar relações de igualdades entre quatro números utilizando operações aritméticas elementares". Por ser uma ideia ousada e diferente das demais apresentadas pelos colegas, a professora ficou perplexa com a disposição e criatividade do menino. No entanto, como o garoto não conseguiu apresentar o desafio de forma clara e objetiva, por não ser especialista na área e por duvidar da autenticidade do projeto apresentado, ela o submete à uma comissão de avaliação deixando Joãozinho apreensivo e à mercê de um posicionamento colegiado sobre a validade e a obtenção de pontuação de seu trabalho escolar.

## Sumário

## 1. O Projeto

Na sexta-feira Joãozinho chegou da escola empolgado e contou à sua mãe que naquele dia a professora Verônica havia solicitado que para a semana seguinte os alunos apresentassem em sala algum tipo de jogo matemático utilizando as operações básicas da aritmética. Iriam revisar o conteúdo estudado e os jogos ou desafios seriam utilizados para reforçar o aprendizado da adição, subtração, multiplicação e divisão.

Ele mencionou que havia conversado com alguns colegas sobre como adoravam jogos e brincadeiras e como eles podiam facilitar o aprendizado de matemática, matéria que tanto ele quanto os seus colegas de classe achavam um pouco complicada. Chegaram a comentar que seria bom se para cada assunto da matemática houvesse um jogo ou desafio, pois só o fato de a professora falar que seriam trabalhados jogos e desafios em sala já tinha deixado a todos empolgados com o assunto.

Disse que durante o percurso da escola até a sua casa, veio pensando em como faria para conseguir apresentar um jogo ou desafio melhor que o dos seus colegas. Havia chegado à conclusão que, ao invés de apenas pesquisar nos livros, comprar ou buscar na internet, poderia impressionar a todos se conseguisse criar seu próprio jogo matemático. Ainda não tinha nada definido, mas tinha prestado bastante atenção às aulas que trataram das operações matemáticas e, com certeza, pensaria em algo até o dia da entrega do trabalho escolar.

Acreditando que fosse empolgação passageira, Maria Torres (sua mãe), não deu muita importância para o que ele disse e só se atentou para o prazo de apresentação do trabalho. Ainda tinham o final de semana e um feriado prolongado para pensar no assunto, razão pela qual apenas reforçou o que ele acabara de dizer: “até lá pensariam em algo”.

O garoto foi dormir tão empolgado com o assunto que no dia seguinte já acordou cedo e levantou-se com algumas ideias na cabeça. E, após tomar um rápido café da manhã, buscou por seus rascunhos, cálculos e anotações no caderno que fizera ainda no dia anterior. Era um sábado ensolarado e convidativo para brincadeiras e divertimentos, mas ele preferiu ficar em casa e dedicar-se com afinco à elaboração de seu projeto matemático.

Durante horas pesquisou em livros e na internet, fez testes, elaborou cálculos, rascunhou regras e comparou com outros jogos semelhantes ao que tinha em mente. Compenetrado, chegou a desistir de algumas ideias para em seguida se apegar a outras ou recomeçar do zero novas tentativas... até que – do nada – conseguiu ter uma ideia que considerou brilhante para elaborar um desafio matemático (Eureka!).

Empolgado, gritou por sua mãe e contou-lhe sua ideia fantástica que – dizia – iria minimizar a dificuldade que ele e seus colegas de classe tinham para realizar os cálculos mentais e o raciocínio lógico envolvendo as quatro operações. Trabalharia com algo que considerava muito simples e que, a princípio, chamou de “relações de igualdades”.

Disse que não se tratava propriamente de uma invenção matemática, mas de uma nova utilidade dada para as sentenças matemáticas fechadas (sem incógnitas) e verdadeiras com expressões numéricas relacionadas por uma igualdade e que a grande sacada era utilizar este tipo de sentenças para elaborar um desafio cujo objetivo não era buscar um resultado específico, mas uma série de resultados utilizando os quatro elementos.

Sua mãe, não entendeu muito bem o resumo que ele fizera para apresentar o tal “desafio da igualdade matemática utilizando as quatro operações básicas”, ao qual atribuíra provisoriamente a sigla “dIMOb”, no entanto, não queria desmotiva-lo e também via com bons olhos o fato de o menino se interessar por assuntos relacionados à escola, razão pela qual afirmou ser uma ideia interessante e que poderia ser melhor trabalhada (não dando certo, ainda poderiam comprar um jogo matemático à tempo - pensou consigo mesma).

Nos dias seguintes, Joãozinho trabalhou incansavelmente em seu “fantástico desafio”. Estava tão convicto de que seu projeto era uma boa ideia que convenceu até mesmo à sua mãe de que não precisava se preocupar com alternativas para apresentar como trabalho da escola, pois já tinha quase tudo pronto. Muito atarefada e vendo sua determinação e apego àquela ideia fixa, Maria decidiu confiar no filho e deixar por sua conta o feitio do trabalho escolar.

## 2. Apresentação e desenvolvimento

No dia da apresentação de seu desafio matemático, que ele acreditava que revolucionaria o aprendizado das quatro operações básicas da aritmética (pelo menos o dele e dos colegas de classe), Joãozinho percebeu que estava muito nervoso. Havia estado tão compenetrado na fase de criação e desenvolvimento que esquecera de se preparar para o primeiro grande teste de validação do desafio, a apresentação em sala.

Tímido e introvertido, ele não tinha o hábito de defender suas opiniões em público ou mesmo de expor suas ideias perante a turma. Raramente se apresentava diante da professora e dos colegas, a não ser quando tinha que ir até o quadro negro resolver algum exercício, participar de alguma dinâmica em grupo ou fazer algum comunicado e, mesmo assim, o fazia de forma rápida e objetiva, sem ter que manifestar publicamente suas opiniões ou se sujeitar às críticas dos colegas ou da professora.

Dessa vez a situação era bem diferente, pois tinha que apresentar e defender seu projeto, convencer a todos de que havia pensado numa nova utilização para as sentenças matemáticas fechadas que facilitaria o aprendizado das quatro operações por meio de um desafio matemático.

O nervosismo era tanto que suas mãos tremiam e suavam, sentia calafrios e até desarranjos intestinais.

Os trabalhos estavam sendo apresentados um por um e alguns talvez tivessem que ficar para o dia seguinte, mas o projeto de Joãozinho estava previsto para ser o último do dia. Nem nisso deu sorte! Se pudesse apresentar no dia seguinte poderia mudar de ideia, apresentar outra coisa... Mas não! Era quase chegada a sua vez.

Cada aluno seguia apresentando à turma o jogo que escolhera, descrevendo as regras, o objetivo, o material necessário, o público-alvo etc. Tinha de tudo: tabuleiros, dados, figuras geométricas, cruzadas, bingos... Alguns desenharam ou montaram recortes em papeis ou cartolinas.

Os menos adeptos do esforço, apresentaram os jogos matemáticos que tinham em casa ou que conseguiram emprestado ou simplesmente copiaram algo da internet. Talvez fosse melhor que tivesse feito o mesmo (Mas, não! Disse a si mesmo). Para que tinha cismado de inovar com a apresentação daquele bendito desafio matemático? (Pensou).

Na hora de falar, atrapalhou-se todo e se apresentou sem alguns dos resumos que tinha feito. Lembrou-se de imediato dos conselhos de sua mãe sobre “a importância de se preparar para as coisas com bastante antecedência”, mas já era tarde. Não havia testado ou demonstrado a ninguém o projeto por inteiro (nem mesmo à sua mãe), tampouco tinha ensaiado, preparado slides, tabelas ou figuras... qualquer coisa que o ajudasse a explicar melhor seu projeto. Inexperiente, acreditou que “tinha tudo na cabeça” e agora percebia o grande erro que havia cometido por não haver se preparado melhor para a apresentação

Meio sem jeito, disse seu nome e o nome do desafio que apresentaria e desenhou no centro do quadro negro algo parecido com a figura abaixo:

$$\square - \square \times \square = \square$$
$$\square \div \square = \square - \square$$

Terminado o trêmulo desenho da estrutura no quadro negro, Joãozinho virou-se para a turma e até que tentou explicar os procedimentos e o que se esperava que o participante fizesse para lograr êxito no desafio. Mas, realmente, estava muito nervoso e não conseguia se articular bem, tampouco lembrou de tudo que pretendia falar e dos detalhes capazes de aclarar em que o seu desafio se diferenciava dos outros.

Por ser uma ideia ousada e diferente das demais, as quais se limitavam a apresentar algo pronto, todos aguardavam ansiosamente pelas explicações detalhadas sobre o que havia de interessante naquela estrutura de cálculos que, à primeira vista, não tinha nada de inovador. Pelo contrário, era bem semelhante a muitas outras conhecidas e aplicadas em outros jogos e desafios utilizados para o aprendizado das quatro operações. Alguns, inclusive, já apresentados antes por colegas de Joãozinho.

Joãozinho percebeu a atenção e a expectativa da turma em relação ao seu projeto e atrapalhou-se mais ainda quando foi pedido para que explicasse novamente as regras e procedimentos de forma a mencionar os detalhes sem os quais o seu projeto parecia resumir-se à mera resolução de sentenças matemáticas utilizando as quatro operações.

Ele disse que daria um exemplo e limitou-se a preencher os espaços ou lacunas com as respostas prontas que tinha rascunhado para os números 2, 3, 4, 5, que disse haver tomado aleatoriamente entre os números de 0 a 9, explicando apenas que estava produzindo “relações de igualdades” entre eles para atender ao desafio.

**5 – 3 x 2 = 4***

**4 ÷ 2 = 5 – 3**

Sentindo-se desconfortável por não haver preparado uma apresentação mais elaborada, apressou-se em tomar como exemplo a primeira “igualdade” e afirmou que o cálculo das operações envolvendo os três primeiros números adotados deviam sempre ser igual ao número que colocava do outro lado, de forma a obter igualdade entre eles e que tal regra também se aplicava ao segundo exemplo, onde 4 ÷ 2 totalizava 2 e 5 – 3, também totalizava 2, chegando à tal “igualdade matemática” dos dois lados.

Dito isto, pediu desculpas pela sua falta de jeito para apresentar seu projeto e perguntou se haviam entendido a dinâmica do funcionamento, abrindo espaço para os questionamento e eventuais dúvidas (rezando para que os colegas não os tivessem).

A turma ficou um pouco decepcionada pois não estava convencida de que o projeto de Joãozinho fosse realmente diferente, também não tinham entendido bem o que queria dizer com “relação de igualdade” e acharam um pouco complicadas as explicações sobre como chegou às tais igualdades. Talvez porque não lhes foram devidamente apresentadas as regras e procedimentos, de forma que, no geral, esperavam mais de Joãozinho.

A professora também não enxergou novidade e identificou, inclusive, que na primeira proposição* não foi utilizada a regra de preferência de operações em função dos sinais. Professora a muitos anos, Verônica já tinha visto outros jogos e desafios matemáticos um pouco semelhantes e não tinha certeza se realmente Joãozinho inovava ao propor o desafio ou se tentava enganá-la para obter boas notas, razão pela qual, decidiu que o garoto não teria seu trabalho avaliado. Ficaria sem nota, pois ela acreditava que havia apresentado apenas uma mistura de outros jogos e desafios.

Joãozinho voltou triste para casa. Seu fantástico projeto havia encontrado uma resistência quase intransponível no primeiro teste a que era submetido. Vendo seu desânimo, sua mãe resolveu investigar o motivo e descobriu que ele havia ficado constrangido por não ter conseguido convencer a todos da originalidade de seu desafio matemático. Havia ficado sem nota e era acusado de ter apenas copiado outros jogos e desafios.

Maria havia sido testemunha de que seu filho dedicou dias a este projeto e era até justificável que não tivesse conseguido explica-lo de forma convincente, pois sabia que era tímido e introvertido, no entanto, não podia aceitar que dissessem que havia simplesmente copiado outros jogos, tampouco que não valia nota o trabalho árduo que fizera.

Disposta a ajuda-lo, ela pediu para ver seus rascunhos, textos, tabelas e figuras. Admirada, viu que não conhecia nenhum jogo ou desafio igual àquele e pediu-lhe que detalhasse exatamente como se joga. Ao final, estava convencida de que não era nenhum tipo de montagem de jogos ou desafios preexistentes, embora apresentasse algumas semelhanças. Por não ser especialista no assunto, não tinha como precisar se realmente estava diante de um desafio elaborado por Joãozinho, mas estava orgulhosa por saber que o garoto havia chegado sozinho ao que acreditava ser uma complexa estrutura de cálculos mentais e raciocínio lógico.

Para ela, eram nas regras que estavam as inovações, as quais não se visualizava muito bem depois da sentença numérica pronta e resultando na igualdade matemática dos seus membros. Era importante que fosse bem explicado, desde a sua estruturação inicial, e foi nesse ponto que talvez Joãozinho tenha sido desacreditado, na apresentação dos componentes e das regras do seu desafio.

No dia seguinte Maria falou com a professora resumindo a constatação a que havia chegado e pedindo que o garoto tivesse nova oportunidade de defender seu desafio matemático. Ela o ajudaria a estudar o assunto e a preparar-se com bastante antecedência, bem como a apresentar algo por escrito e a utilizar outros recursos que facilitassem o entendimento das regras e os procedimentos.

Verônica se mostrou simpática à ideia, mas disse que estava fora de sua competência aplicar novamente provas e trabalhos aos alunos fora do calendário de avaliações. No entanto, poderia submeter o assunto à diretoria, inclusive se dispunha a acompanha-la pois tinha grande estima por Joãozinho e o considerava um bom aluno.

Diante da diretora, Verônica defendeu a possibilidade de dar uma segunda chance a Joãozinho e sugeriu que o trabalho do garoto fosse submetido à uma comissão de avaliação composta por três pessoas: ela, a diretora e um especialista da área, que poderia ser um dos professores de matemática mais experientes da escola, acostumado a trabalhar com jogos e desafios matemáticos.

A diretora concordou com a professora e, olhando com seriedade para a mãe do menino, disse-lhe que seriam rigorosos na avaliação e que Joãozinho devia trazer tudo por escrito, pormenorizando as regras e objetivos, detalhando exemplos, citando vantagens e desvantagens e os outros jogos e desafios utilizados como inspiração para a elaboração do seu projeto matemático. Além disso, devia defender oralmente as informações que o levaram a crer que o seu desafio era diferente dos demais. O projeto por escrito deveria apresentar um certo rigor científico, sendo entregue em três vias encadernadas a serem distribuídas previamente à comissão e, na apresentação oral, deveriam ser utilizados os recursos tecnológicos à disposição da escola.

Dando por encerrada a reunião, a diretora estabeleceu o prazo de uma semana para que o trabalho fosse apresentado, de acordo com as exigências estabelecidas. Maria agradeceu e afirmou que se dedicaria a semana inteira a formatar o projeto, ajudando seu filho a fazer uma boa apresentação e a recuperar sua nota.

## 3. A segunda apresentação

No dia da segunda apresentação Joãozinho também estava nervoso e aguardava com ansiedade que adentrassem à sala especialmente preparada para o evento os três membros da banca examinadora, enquanto revisava de última hora alguns rascunhos e anotações. Porém, desta vez, acreditava que seria diferente, pois foram vários dias de dedicação exclusiva à formatação do projeto, estruturação de tópicos, elaboração de planilhas e slides, rascunhos de quadros, desenhos e figuras, visando tornar bastante didática a apresentação.

Também havia trabalhado a postura, a posição das mãos e até o treino vocal, com o auxílio de sua mãe, que, à proposito, também estava presente para apoiá-lo, torcendo e transmitindo confiança. Ela dizia-lhe que estava preparado, que ele havia estudado muito e conhecia bem o assunto, além do mais era o seu projeto, ninguém mais qualificado para defende-lo que ele mesmo.

Quando entraram os três membros da comissão, a professora Verônica fez as honrarias e explicou suscintamente o projeto de Joãozinho e o motivo pelo qual havia solicitado a presença de uma comissão. Não foi preciso alongar-se em seu pronunciamento, pois já haviam sido distribuídas as versões impressas e encadernadas do trabalho para análise prévia, sendo também distribuído por cópia um formulário especialmente desenvolvido para o desafio, o qual não era imprescindível, mas facilitava bastante sua aplicação (assim dizia Joãozinho).

Em seguida, agradecendo a presença da diretora, do professor de matemática e da mãe de Joãozinho, Verônica passou a palavra ao garoto para que desse início aos trabalhos.

Joãozinho tomou coragem e pediu à professora que o ajudasse a manusear as telas e slides, enquanto checava nos bolsos os manuscritos com as respostas aos prováveis questionamentos às suas falas (estava realmente preparado, pensou). Ele apresentou-se e introduziu o tema, mas, antes de iniciar as explanações, rascunhou à giz no quadro negro um enorme sinal de igualdade.

$$=$$

Em seguida iniciou seu discurso:

- Igualdade matemática! É disto que se está tratando. Algo tão simples que torna o desafio que lhes apresento algo fantástico, do tipo que alguém perguntaria porque não se pensou nisso antes?

Direcionou-se novamente ao quadro negro e complementou o desenho da estrutura básica ao redor do sinal de igualdade:

$$\square \quad \square = \square \quad \square$$

- Trata-se de brincar de construir “relações de igualdades”. Ou seja, do aprendizado das quatro operações por meio de relações de igualdades entre quatro números dados ou escolhidos.

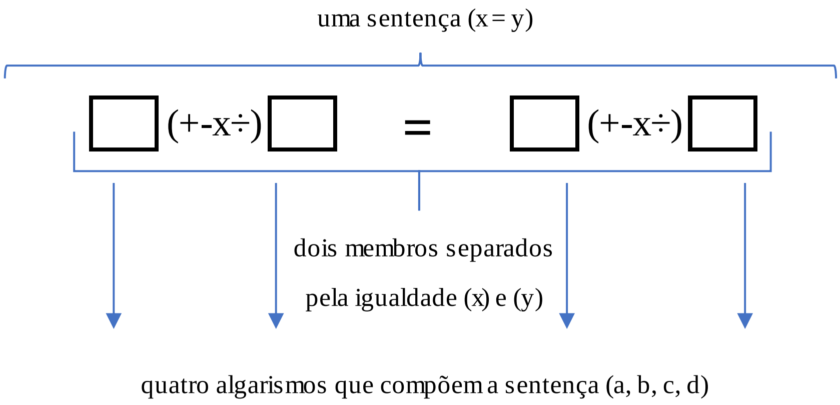
Ele explicou como acreditava ser possível, a partir da estrutura básica desenhada no quadro negro, desenvolver habilidades com cálculos mentais e raciocínio lógico envolvendo as quatro operações básicas (adição, subtração, multiplicação e divisão), de forma simples, sem que nada fosse imposto previamente, podendo-se começar do zero, a partir dos seguintes dados que apresentou no primeiro slide dizendo que poderiam ser livremente manuseados pelo participante:

a) conjunto dos números de 0 a 9: (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9), positivos ou negativos;

b) subconjunto a ser trabalhado por vez: 4 (quatro) números quaisquer retirados do universo dos números acima (a, b, c, d). Ex.: 2, 3, 4 e 5; e

c) sinais das quatro operações básicas da aritmética (+-x÷).

- Com os dados matemáticos iniciais – disse ele –, que são do conhecimento de todos, parte-se para a construção de sentenças matemáticas do tipo x = y, manipulando-se os números e os sinais de forma a configurar operações cujos cálculos resultem em valores iguais de ambos os lados da sentença, onde a igualdade matemática é denotada pelo sinal de igualdade "=", de tal sorte que a sentença "***x*** = ***y***" signifique que ***x*** e ***y*** são iguais, e onde os membros da sentença (x) e (y) são substituídos pelos 4 (quatro) algarismos dados ou escolhidos (a, b, c, d) e intercalados pelos sinais (+-x÷), conforme desenhado na figura do próximo slide.




A partir da figura contida no slide, Joãozinho adaptou o desenho já existente no quadro negro e adicionou outro de forma a completar o que chamou de as duas principais estruturas do desafio e lembrou que além dos sinais das quatro operações, as expressões ou equivalências também podiam ser antecedidas pelos sinais (+-) para identificar a valoração positiva ou negativa assumida pelos números iniciais das expressões ou equivalências. Assim, inicialmente, podia-se obter dois tipos de sentenças numéricas cujas operações entre seus elementos resultavam em igualdades matemáticas, as quais ele chamou de igualdades do tipo 2 por 2 e do tipo 3 por 1, em função da quantidade de elementos posicionados em cada lado da igualdade. Após os ajustes o desenho no quadro negro ficou parecido com a figura a seguir.

$$\overbrace{(+-)\boxed{\mathbf{a}}\,(+-\text{x}\div)\boxed{\mathbf{b}}}^{(x)} = \overbrace{(+-)\boxed{\mathbf{c}}\,(+-\text{x}\div)\boxed{\mathbf{d}}}^{(y)}$$

**e/ou**

$$(+-)\boxed{\mathbf{a}}\,(+-\text{x}\div)\boxed{\mathbf{b}}\,(+-\text{x}\div)\boxed{\mathbf{c}} = (+-)\boxed{\mathbf{d}}$$

– Na primeira igualdade (do tipo 2 por 2) pode-se construir duas expressões: uma à esquerda e outra à direita do sinal de igualdade. A expressão à esquerda do sinal de igualdade (=) constitui o primeiro membro (x). A expressão à direta do sinal de igualdade (=) constitui o segundo membro (y). Na segunda igualdade matemática (do tipo 3 por 1) é possível construir uma expressão numérica envolvendo três elementos da sentença que se igualam ao quarto elemento, o qual constitui o segundo membro da sentença.

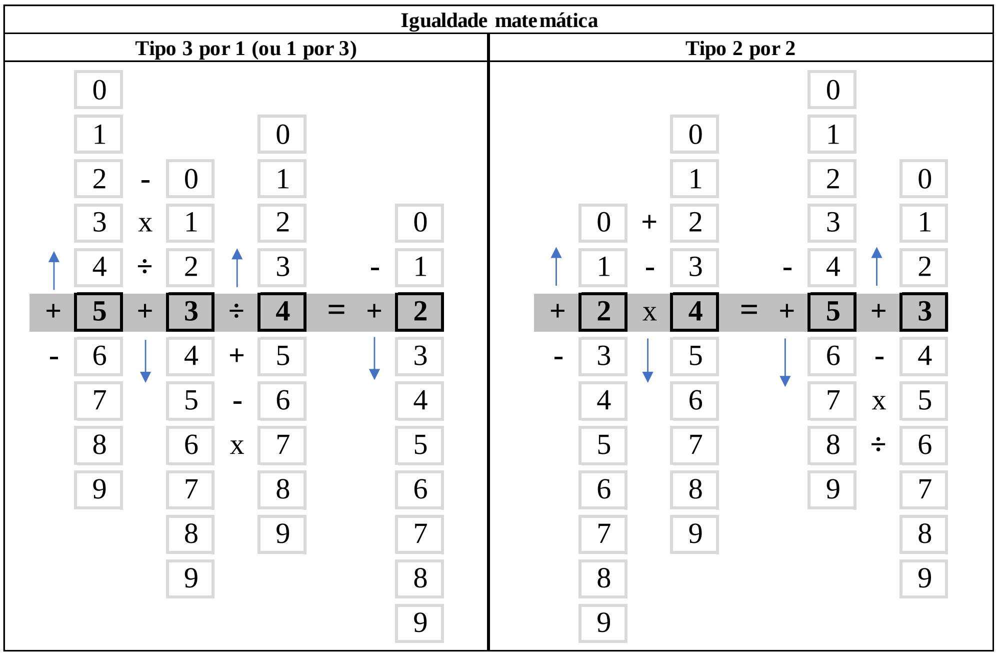
Passando para a tela seguinte, Joãozinho apresentou as regras:

1) os 4 (quatro) números, dados ou escolhidos no conjunto universo, tomados um a um ou em conjunto (a, b, c, d) não podem se repetir dentro da mesma sentença de igualdade. No entanto, podem estar dispostos em qualquer ordem e assumir valores positivos ou negativos, conforme a igualdade buscada. Ex. – 2 + 3 + 4 = 5;
2) os sinais das quatro operações básicas (+-x÷) podem ser alternados ou mesmo repetidos livremente, permitindo que os mesmos números configurem diversas igualdades matemáticas a partir do uso dos quatro sinais. Ex.: – 5 – 2 = – 4 – 3;
3) Em regra, os cálculos devem ser efetuados na ordem em que se apresentam e sem a preferência de operações, exceto quando se prefira utilizá-la, explicitando-se a operação a ser priorizada por meio do uso de parêntesis "(...)" ou colchetes “[...]”, independentemente de tratar-se de adição, subtração, multiplicação ou divisão. Ex.: 4 ÷ (5 – 3) = 2; e
4) os resultados para ambos os lados da igualdade matemática devem ser encontrados tão somente por meio de operações ou equivalências entre os quatro números dados ou escolhidos para compor a sentença (neste caso: 2, 3, 4, 5).

- Cabe ao participante, dentro do universo que lhe é apresentado, avaliar qual o número quer utilizar e em qual ordem, bem como escolher qual o sinal e onde posicioná-lo e, ainda, determinar o valor que afirma que a igualdade encontrada é verdadeira para os dois lados da sentença. Nenhum dado é previamente fixado e mesmo a estrutura básica pode ser escolhida pelo participante.

De posse dessas informações – explicou – restava ao participante construir o máximo de sentenças cujas operações entre seus elementos pudessem configurar igualdades matemáticas.

Então ele apresentou novo slide com a demonstração visual da construção de sentenças com a escolha das posições dos números (positivos ou negativos), bem como o fluxo livremente alternado ou repetido dos sinais das quatro operações básicas, cujos cálculos envolvendo os quatro elementos resultavam em igualdades matemáticas dos membros da sentença.




Após completar o desenho das estruturas no quadro negro com os números e sinais que havia escolhidos para montar a figura do slide, ele reproduziu as sentenças em evidência de forma isolada e olhou para a professora Valéria dizendo:

**(5 + 3) ÷ 4 = 2**

**2** x **4 = 5 + 3**

- Era isto o que quis demonstrar na primeira apresentação do projeto e não consegui ser claro o suficiente. Veja que estou utilizando os mesmos números como referência (2, 3, 4 e 5).

- Veja-se que na primeira sentença, construída do zero e aproveitando-se apenas a estrutura de igualdade, tem-se uma sentença fechada e verdadeira onde os cálculos, efetuados na ordem em que se apresentam, são obtidos por meio das operações de adição e divisão e envolvem os três algarismos que compõem o primeiro membro da sentença (5 + 3) ÷ 4, que totaliza 2, o qual, propositadamente, também é membro do subconjunto inicialmente utilizado (2, 3, 4, 5) e ainda não havia sido utilizado nos cálculos. Na segunda sentença, tem-se a operação 2 x 4, totalizando 8 de um dos lados e, do outro, a operação 5 + 3 que também totaliza 8, configurando uma igualdade por meio do mesmo resultado de ambos os lados (neste caso 8), que foi obtido com as operações de multiplicação e adição entre os números envolvidos.

Joãozinho enfatizou que nada foi previamente dado além dos conjuntos universos para os números e os sinais. Nem mesmo os resultados para os cálculos tiveram origem externa, pois foram obtidos pelas operações entre os elementos escolhidos para compor originalmente a sentença.

Apontando para a composição das sentenças que preencheram a estrutura desenhada no quadro negro, Joãozinho continuou:

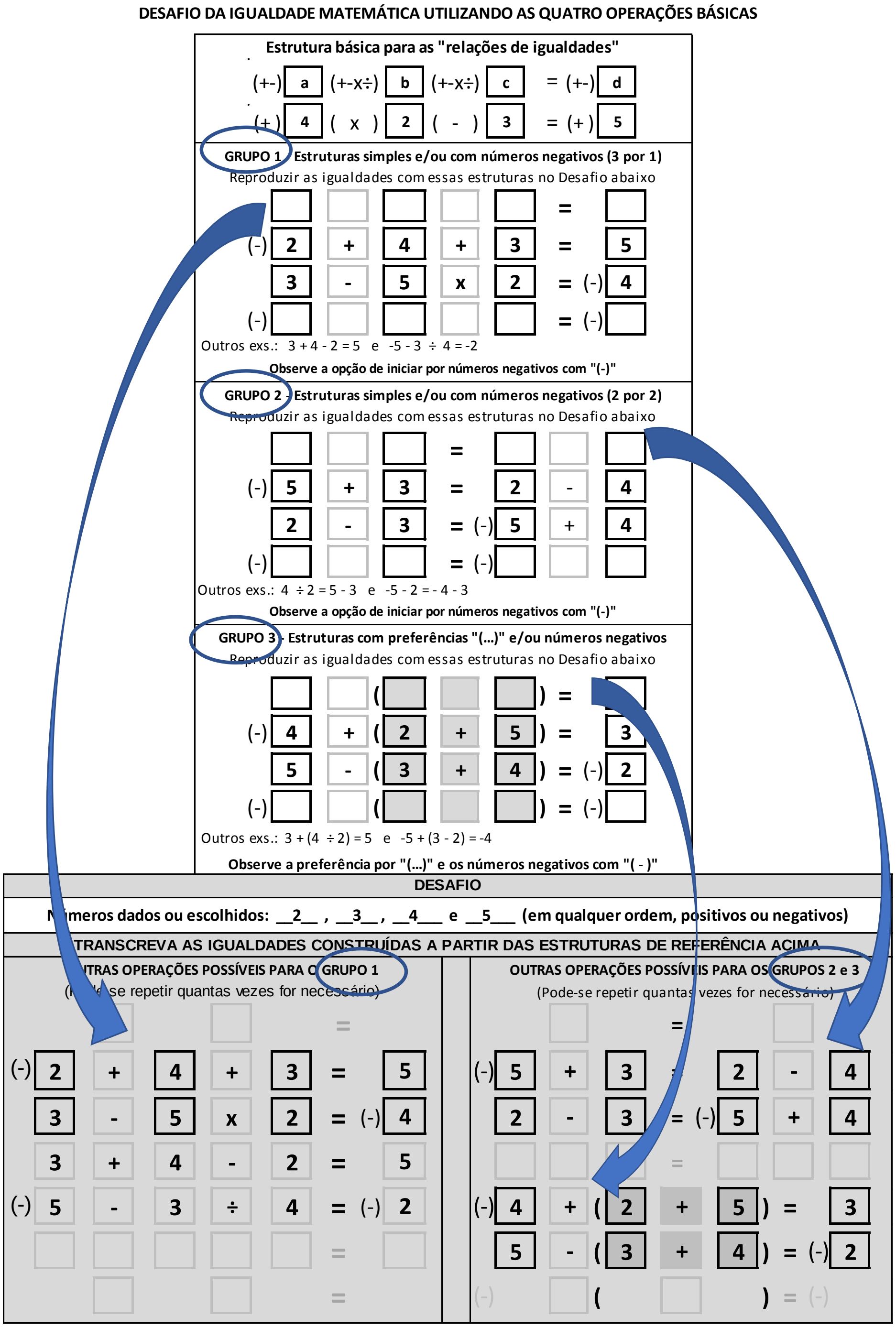
- Note-se que, em ambos os casos, as regras foram atendidas: os números não foram repetidos, embora apresentados sem previa ordem; os sinais foram livremente escolhidos; os cálculos foram efetuados sem a preferência de operações, uma vez que não foi explicitada tal preferência por meio dos sinais de associação “(...)” ou “[...]” e os resultados para as igualdades matemáticas foram buscados entre os próprios elementos, em ambos os lados da sentença.

Joãozinho perguntou se haviam entendido a dinâmica da construção das sentenças cujas operações resultavam em igualdades entre seus elementos e informou que na versão entregue a cada um dos membros da comissão haviam mais detalhes e outros exemplos, bem como a explicação de alguns termos utilizados, tais como sentenças abertas ou fechadas, equação, aritmética, algarismos, expressões matemáticas etc.

Ele explicou que o formulário antecipadamente distribuído nada mais era que um conjunto dessas estruturas previamente elaboradas para facilitar a compilação dos dados e a utilização do desafio para fins de aprendizagem ou para aplicação a vários participantes, até porque o uso das estruturas principais não careciam de formulário e podia ser simplesmente rascunhada à lápis no caderno ou rabiscado a giz no chão ou no quadro negro (como estava fazendo), bem como desenhado em qualquer superfície.

O formulário era apenas um facilitador para o qual ele havia feito um slide resumido com alguns detalhes para demonstrar os cálculos e operações que podiam ser obtidos com o subconjunto 2, 3, 4, 5:

**Partes selecionadas do formulário proposto**


DESAFIO DA IGUALDADE MATEMÁTICA UTILIZANDO AS QUATRO OPERAÇÕES BÁSICAS

Estrutura básica para as "relações de igualdades"

(+-) a (+-x÷) b (+-x÷) c = (+-) d

(+) 4 ( x ) 2 ( - ) 3 = (+) 5

GRUPO 1 - Estruturas simples e/ou com números negativos (3 por 1)

Reproduzir as igualdades com essas estruturas no Desafio abaixo

(-) 2 + 4 + 3 = 5

3 - 5 x 2 = (-) 4

Outros exs.: 3 + 4 - 2 = 5 e -5 - 3 ÷ 4 = -2

Observe a opção de iniciar por números negativos com "(-)"

GRUPO 2 - Estruturas simples e/ou com números negativos (2 por 2)

Reproduzir as igualdades com essas estruturas no Desafio abaixo

(-) 5 + 3 = 2 - 4

2 - 3 = (-) 5 + 4

Outros exs.: 4 ÷ 2 = 5 - 3 e -5 - 2 = - 4 - 3

Observe a opção de iniciar por números negativos com "(-)"

GRUPO 3 - Estruturas com preferências "(...)" e/ou números negativos

Reproduzir as igualdades com essas estruturas no Desafio abaixo

(-) 4 + ( 2 + 5 ) = 3

5 - ( 3 + 4 ) = (-) 2

Outros exs.: 3 + (4 ÷ 2) = 5 e -5 + (3 - 2) = -4

Observe a preferência por "(...)" e os números negativos com "( - )"

DESAFIO

Números dados ou escolhidos: __2__ , __3__ , __4__ e __5__ (em qualquer ordem, positivos ou negativos)

TRANSCREVA AS IGUALDADES CONSTRUÍDAS A PARTIR DAS ESTRUTURAS DE REFERÊNCIA ACIMA

| OUTRAS OPERAÇÕES POSSÍVEIS PARA O GRUPO 1 (Pode-se repetir quantas vezes for necessário) | OUTRAS OPERAÇÕES POSSÍVEIS PARA OS GRUPOS 2 e 3 (Pode-se repetir quantas vezes for necessário) |
|---|---|
| (-) 2 + 4 + 3 = 5 | (-) 5 + 3 = 2 - 4 |
| 3 - 5 x 2 = (-) 4 | 2 - 3 = (-) 5 + 4 |
| 3 + 4 - 2 = 5 | (-) 4 + ( 2 + 5 ) = 3 |
| (-) 5 - 3 ÷ 4 = (-) 2 | 5 - ( 3 + 4 ) = (-) 2 |

\- Na parte de cima do formulário é apresentada estruturação básica com exemplo de preenchimento para os quatro algarismos (a, b, c, d) intermediados pelos quatro sinais (+-x÷). Em seguida vêm os grupos 1, 2 e 3 que apresentam as estruturas de referência para a construção das sentenças (estruturas simples, estruturas com números negativos e estruturas com preferência de operações), as quais devem ser utilizadas como referências ou preenchidas de forma a estruturar as sentenças que atenderão ao desafio (sugere-se o preenchimento à lápis, visto que poderão ser utilizadas as mesmas estruturas várias vezes).

– As sentenças obtidas devem ser transportadas para a parte de baixo do formulário, que funciona como um repositório, servindo para “contar” as igualdades alcançadas, evitando-se as repetições e “esvaziando” as estruturas de referência para que se obtenham novas sentenças com aquela estruturação ou com as outras. Exs. com estruturas simples do Grupo 1 (3 por 1): $3 + 4 – 2 = 5$; com estruturas simples do Grupo 2 (2 por 2): $4 \div 2 = 5 - 3$; e de estruturas com preferências (Grupo 3): $3 + (4 \div 2) = 5$. A parte de baixo do desafio também serve para o cálculo de outras operações possíveis, inclusive utilizando outros recursos matemáticos.

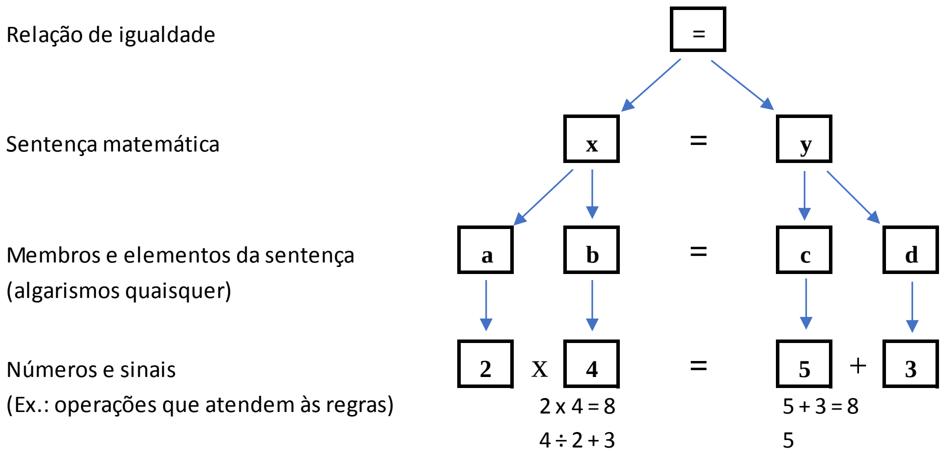
- A principal pergunta a ser respondida e que faço (antes que vocês o façam) é: o que há de novo nesse desafio?

- Conforme já dito, o desafio é uma forma de dar nova utilidade para as sentenças matemáticas fechadas e verdadeiras com expressões numéricas relacionadas por uma igualdade. Uma vez dadas as estruturas básicas para as “relações de igualdades”, o que se espera do participante é que construa sozinho “sentenças numéricas” com “dois membros” compostos por “quatro elementos” dispondo apenas dos conjuntos universos (o universo dos números e o universo dos sinais) e com a observância das regras aqui estabelecidas.

- Nada de solução predefinida, de termos fixos ou imposição de sinais (o que o igualaria aos demais jogos e desafios envolvendo as quatro operações). É o participante que, partindo do zero, constrói a sentença escolhendo os números, os sinais e os resultados possíveis e até mesmo a estrutura básica mais adequada para que os cálculos entre os quatro elementos resultem em igualdades matemáticas dos dois lados da sentença.

Vendo que a apresentação já se estendia muito e que poderia estar sendo enfadonho em sua apresentação, Joãozinho decidiu fazer alguns segundos de silêncio enquanto observava a reação de cada um dos membros da comissão. Percebeu que Verônica o acompanhava com atenção; que a diretora havia baixado os óculos e prestava mais atenção ao celular, onde digitava mensagens que pareciam ser muito importantes e que o professor especialista em matemática hora observava, hora fazia anotações ou rascunhava os desenhos apresentados nos slides. Sua mãe não contava (estava agitada e eufórica com seu desempenho).

Já se encaminhando para o final de sua apresentação, ele mostrou um esquema, sem muito rigor técnico, do que acreditava ser um resumo da estruturação do desafio, onde dizia descrever o que se queria alcançar por meio das sentenças com a observância das regras estabelecidas:




- O desafio instiga o pensamento lógico e desenvolve a habilidade de calcular, sendo diferente em alguns pontos dos jogos matemáticos com os quais se assemelha. Não está restrito apenas aos números positivos, às possibilidades de um dado (1 a 6) ou mesmo 1 a 9, não exclui o zero ou restringe o número de participantes, como o faz a maioria dos jogos envolvendo as quatro operações básicas. Além disso, não são ofertados resultados prévios ou restringida a ordem dos números ou a posição dos sinais, cabendo ao participante manipular livremente os membros da sentença e o valor da igualdade matemática que deseja configurar, desde que comprove sua veracidade.

- Ao participante caberá fazer diversas operações matemáticas mentalmente, correlacionando-as em busca de igualdade. É um desafio porque não basta utilizar os números e os sinais para realizar operações, deve-se alcançar igualdades entre os membros das sentenças. Além disso, há várias possibilidades de respostas e, encontrada uma delas, o desafio passar a ser encontrar a seguinte até alcançar o máximo de sentenças que resultem em igualdades.

- Também não apresenta restrições quanto à faixa etária dos participantes, jovens e adultos, desde que tenham conhecimento prévio das quatro operações, podem aprender ou revisar seus conhecimentos sobre as quatro operações básicas.

Finalmente – a pedido de sua mãe que o chamara a um canto para cochichar-lhe algo ao ouvido – Joãozinho pediu desculpas pelo linguajar simplório com que descreveu seu projeto e informou aos membros da comissão que os termos técnicos e outros detalhes que lhe haviam escapado durante a apresentação estavam na versão escrita e disponibilizada por cópia, cuja leitura com mais calma poderia esclarecer eventuais dúvidas.

Dito isso, agradeceu à professora por ter lhe dado uma segunda chance de apresentar seu projeto, à sua mãe por estar presente dando-lhe apoio moral e à comissão como um todo pela atenção e paciência que lhe foi dispensada, dando por encerrada a apresentação.

Aberto o espaço para as perguntas não houve questionamentos importantes, a não ser uma pergunta de última hora feita pela diretora sobre o porquê da utilização de 4 (quatro) números e não outra quantidade qualquer, como 2 (dois), 3 (três) ou mesmo 5 (cinco), para a qual Joãozinho enfatizou que esta e outras perguntas mais frequentes foram previstas e as respostas estavam disponíveis na versão impressa, chamando a atenção da comissão para a obrigação de ler o conteúdo inteiro do projeto.

Sem mais perguntas, foi solicitado a Joãozinho e à sua mãe que aguardassem em outra sala enquanto os três membros da comissão tomavam sua decisão.

## 4. A conclusão

Verônica iniciou os pronunciamentos sobre a apresentação do projeto de Joãozinho intitulado “desafio da igualdade matemática utilizando as quatro operações básicas”, dizendo que sua opinião talvez já fosse conhecida. Não era especialista em jogos matemáticos e não tinha como precisar se realmente estava diante da criação de um desafio matemático por um de seus alunos, o que seria maravilhoso. Deixaria esta constatação ou não a cargo de especialistas.

No entanto, tinha que reconhecer o esforço hercúleo de Joãozinho para formatar seu projeto de modo a atender às rigorosas exigências da comissão. Ver que havia superado a timidez, trabalhado a postura, a posição das mãos e até o treino vocal era algo admirável e que demonstrava muita força de vontade. Joãozinho havia conseguido mudar sua opinião inicial a respeito do assunto. Havia demonstrado em sua apresentação que não se tratava apenas de copiar outros jogos ou desafios, realmente havia se empenhado em desenvolver algo bastante didático e que merecia ser avaliado, bem como obter nota pelo trabalho árduo que fizera.

Dito isso, Verônica passou a palavra à diretora para que manifestasse sua opinião. Sempre distraída com o celular, imersa nas redes sociais e em suas incessantes mensagens, a diretora levantou o olhar por sobre os óculos pendurados no nariz e disse simplesmente que não tinha visto nada de tão interessante e, passando a responsabilidade adiante, disse que seria acatado por todos o que decidisse o especialista, visto que era quem mais entendia de jogos e desafios matemáticos.

Vendo que a decisão caíra no seu colo, o professor de matemática disse que não havia ainda formado uma opinião conclusiva sobre o assunto e que, embora a estruturação final das sentenças com a utilização das quatro operações fosse bastante explorada em jogos matemáticos, ele não lembrava de já ter visto algum jogo ou desafio exatamente como este, cuja dinâmica visasse "construir do zero sentenças matemáticas com quatro números submetidos às quatro operações básicas de forma a configurar igualdades ou equivalências entre seus membros" e onde não se buscava um resultado específico, mas uma série de resultados utilizando os mesmos elementos.

Acreditava que, ao propor o desafio objetivando desenvolver habilidades com cálculos mentais e raciocínio lógico, Joãozinho não estava inventando propriamente um jogo matemático, mas que inovava ao dar utilidade de desafio para as sentenças matemáticas fechadas e verdadeiras com expressões relacionadas por uma igualdade.

Disse que as sentenças matemáticas fechadas, por terem todos os seus elementos previamente conhecidos, mesmo quando verdadeiras, não chegam a configurar equações (as quais exigem a presença de incógnitas), razão pela qual são pouco interessantes para fins de jogos ou desafios, visto que não há nada a descobrir.

No entanto, ao propor que as sentenças fechadas e verdadeiras sejam, restritas aos números dados ou escolhidos, e que haja relação de igualdade entre seus membros, bem como que as operações entre os elementos sejam realizadas pelo manuseio volitivo dos quatro números e dos quatro sinais das operações básicas, o participante é incentivado a construir, a partir das estruturas básicas de igualdades, suas próprias sentenças para atender ao desafio, criando dificuldades (desafios) que aparentemente não existiam. Nesse sentido, cria-se uma utilidade para elas.

O participante é desafiado a construir mais e mais sentenças e a utilizar simultaneamente diversos conhecimentos, tais como as noções de equações, conjuntos, sentenças e expressões, bem como as propriedades das quatro operações básicas da aritmética, das regras de associação e outros recursos matemáticos.

Ou seja, sentenças que antes eram muito simplórias são transformadas em um desafio que estimula o cálculo mental e o raciocínio lógico desde a composição de sua estrutura, uma vez que é necessário operar aritmeticamente sem que haja dados prévios a facilitar as operações.

Particularmente, havia gostado das ideias contidas nas regras para se chegar às ditas "relações de igualdades", mas era melhor que o desafio apresentado passasse por estágios mais detalhados de comprovação e análises, sendo submetido à experimentação por usuários.

Não obstante, concordava com a professora em reconhecer o esforço e dedicação que Joãozinho havia dispendido para atender às exigências que lhe foram impostas e apresentado de forma esclarecedora o seu projeto perante a comissão. Devia ter seu trabalho avaliado e obter a pontuação merecida.

– Assim será feito. Disse de forma taxativa a diretora dando por encerrada a reunião e encarregando à professora Verônica a tarefa de anunciar o resultado para Joãozinho e sua mãe, que esperavam ansiosamente na sala ao lado.

Anunciada a decisão da comissão avaliadora, Joãozinho pulou de alegria mostrando-se bastante feliz com o resultado e disse à professora e à sua mãe que começaria o mais rápido possível uma nova empreitada visando à comprovação da autenticidade de seu desafio.

## DESAFIO DA IGUALDADE MATEMÁTICA UTILIZANDO AS QUATRO OPERAÇÕES BÁSICAS

**Objetivo**: desenvolver habilidades com cálculos mentais e raciocínio lógico envolvendo as quatro operações básicas (adição, subtração, multiplicação e divisão) a partir da utilização de números inteiros para construir sentenças matemáticas cujos cálculos entre seus elementos resultem em relações de igualdades.

**Estrutura básica para as "relações de igualdades"**

(+-) a (+-x÷) b (+-x÷) c = (+-) d

(+) 4 ( x ) 2 ( - ) 3 = (+) 5

**Conjuntos universos dos números e sinais a serem trabalhados:**

a) conjunto dos números de 0 a 9: (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9), positivos ou negativos;
b) subconjunto a ser trabalhado por vez: 4 (quatro) algarismos quaisquer retirados do universo dos números acima (a, b, c, d). Ex.: 2, 3, 4 e 5.
c) sinais das quatro operações básicas da aritmética (+-x÷).

Dadas as estruturas básicas para as relações de igualdades (ao lado), o que se espera do participante é que construa sozinho o máximo de “sentenças matemáticas fechadas e verdadeiras” com “quatro elementos” cujas operações entre eles resultem em igualdades. Para o exemplo dado, tem-se: 4 x 2 - 3 = 5, onde três dos elementos se igualam ao quarto ou 4 x 2 = 5 + 3, onde as expressões de ambos os lados se igualam.

**Regras:**

1) os 4 (quatro) números, dados ou escolhidos no conjunto universo, tomados um a um ou em conjunto (a, b, c, d) não podem se repetir dentro da mesma sentença de igualdade. No entanto, podem estar dispostos em qualquer ordem e assumir valores positivos ou negativos, conforme a igualdade buscada. Ex. --2 + 3 + 4 = 5.
2) os sinais das quatro operações básicas (+-x÷) podem ser alternados ou mesmo repetidos livremente, permitindo que os mesmos números configurem diferentes igualdades matemáticas a partir do uso dos quatro sinais. Ex.: -- 5 - 2 = -- 4 - 3.
3) Em regra, os cálculos devem ser efetuados na ordem em que se apresentam e sem a preferência de operações, exceto quando se prefira utilizá-la, explicitando-se a operação a ser priorizada por meio de "(...)" ou "[...]", independente de tratar-se de adição, subtração, multiplicação ou divisão. Ex.: 4 ÷ (5 - 3) = 2.
4) os resultados para ambos os lados da igualdade matemática devem ser encontrados tão somente por meio de operações ou equivalências entre os quatro números dados ou escolhidos para compor a sentença (neste caso: 2, 3, 4, 5).

**Procedimentos operacionais:**

Para a sentença fechada e verdadeira 4 ÷ 2 = 5 - 3, nenhum outro resultado a validaria se obtido com outros números que não os do subconjunto dado ou escolhido, em qualquer ordem, positivos ou negativos. Uma vez obtido 2 de um dos lados (4 ÷ 2), haveria de se buscar resultar 2 do outro, utilizando-se os números restantes submetidos a operações com os sinais. Também seria possível construir a sentença: 4 ÷ 2 + 3 = 5, onde o segundo membro é um dos quatro números. Sendo falsa a sentença, não sendo possível a igualdade ou sendo utilizados outros números, a sentença não atende ao desafio.

**GRUPO 1 -Estruturas simples ou com números negativos (3 por 1)**

Reproduzir as igualdades com essas estruturas no Desafio

□ □ □ = □
(-)□ □ □ = □
□ □ □ = (-)□
(-)□ □ □ = (-)□

Exs.: 3 + 4 - 2 = 5 e -5 - 3 ÷ 4 = -2

**Observe a opção de iniciar por números negativos com "(-)"**

**GRUPO 2 -Estruturas simples ou com números negativos (2 por 2)**

Reproduzir as igualdades com essas estruturas no Desafio

□ □ = □ □
(-)□ □ = □ □
□ □ = (-)□ □
(-)□ □ = (-)□ □

Ex.: 4 ÷ 2 = 5 - 3 e -5 - 2 = - 4 - 3

**Observe a opção de iniciar por números negativos com "(-)"**

**GRUPO 3 -Estruturas com preferências ou com números negativos**

Reproduzir as igualdades com essas estruturas no Desafio

□ (□ □) = □
(-)□ (□ □) = □
□ (□ □) = (-)□
(-)□ (□ □) = (-)□

Exs.: 3 + (4 ÷ 2) = 5 e -5 + (3 - 2) = -4

**Observe a preferência por "(...)" e os números negativos com "(-)"**

## DESAFIO

**Números dados ou escolhidos: ____ , ____ , _____ e _____ (em qualquer ordem, positivos ou negativos)**

**TRANSCREVA AS IGUALDADES CONSTRUÍDAS A PARTIR DAS ESTRUTURAS DE REFERÊNCIA ACIMA P/ OS NÚMEROS PROPOSTOS**

**OUTRAS OPERAÇÕES POSSÍVEIS COM O GRUPO 1**

(Pode-se repetir quantas vezes for necessário)

□ □ □ = □
□ □ □ = □
□ □ □ = □
□ □ □ = □
□ □ □ = □
□ □ □ = □
(-)□ □ □ = □
□ □ □ = (-)□
(-)□ □ □ = (-)□
□ □ □ = □

Construa igualdades a partir das estruturas básicas (Grupos 1, 2 e 3). Adicione o sinal negativo ou parêntesis, bem como outros recursos matemáticos, quando necessários.

**OUTRAS OPERAÇÕES POSSÍVEIS COM OS GRUPOS 2 e 3**

(Pode-se repetir quantas vezes for necessário)

□ □ = □ □
□ □ = □ □
□ □ = □ □
(-)□ □ = □ □
□ □ = (-)□ □
(-) = (-)
□ (□ □) = □
□ (□ □) = □
(-)□ (□ □) = □
□ (□ □) = (-)□
(-) ( ) = (-)

**Público-alvo**: Qualquer pessoa com prévio conhecimento das quatro operações (recomendado para estudantes do ensino fundamental a partir do 5º ano)



| | |
|---|---|
| **Observações** | - A soma de zero a qualquer número, terá como resultado o próprio número (elemento neutro).<br>- A subtração não admite as propriedades comutativa e associativa, o que possibilita uma grande quantidade de operações matemáticas.<br>- O produto de qualquer número por zero é igual a zero. Qualquer número multiplicado por 1 é igual a ele mesmo (elemento neutro).<br>- Não se pode dividir por zero (é indefinido). Zero divido por outro número qualquer é zero. |